МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДРОГОБИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

ПОГОДЖЕНО
на засіданні Вченої ради
факультету фізики, математики, економіки
та інноваційних технологій
протокол № 4 від «05» квітня 2023 р.

Заступник голови _____ Христина ВОЙТОВИЧ

Схвалено на засіданні кафедри
математики
протокол № 4 від «04» квітня 2023 р.

Завідувач кафедри _____ Тарас ВІЙЧУК

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні приймальної комісії
протокол № 5 від «10» квітня 2023 року

Голова приймальної комісії

ректор _____ Валентина БОДАК

ПРОГРАМА ФАХОВОГО ВИПРОБУВАННЯ

для вступу на навчання для здобуття ступеня **доктора філософії**

за спеціальністю **111 «МАТЕМАТИКА»**

на основі ступеня магістра або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста

Дрогобич, 2023

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Фахове випробування спрямоване на визначення готовності вступників до навчання і проведення науково-дослідної роботи. Програма містить переважно питання з математичного аналізу, комплексного аналізу та функціонального аналізу. Водночас, екзаменовані повинні виявити володіння основними поняттями лінійної алгебри (матриці, визначники, системи рівнянь, векторні і евклідові простори, лінійні оператори), знати основні поняття сучасної алгебри і теорії чисел (теорію подільності в кільці цілих чисел, теорію конгруенцій, кільце многочленів від однієї, кількох змінних та многочленів над числовими полями, алгебраїчні розширення полів), володіти основними поняттями аналітичної геометрії, диференціальної геометрії і топології (множина, вектор, пряма, площина, простір, крива2-го порядку, поверхня 2-го порядку, квадрика, дотична і нормаль, кривина і скрут, типи топологічних просторів), володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, оператор, функціонал, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра Лебега), мати чітке уявлення про основні типи метричних просторів, основні методи комплексного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики; володіти навичками дослідження просторів, операторів, елементарних функції дійсної та комплексної, методами обчислення границь, похідних, інтегралів; вміти розв'язувати найпростіші типи диференціальних рівнянь і застосування теоретичні факти до розв'язування практичних задач. Кожен білет випробування містить три завдання, серед яких є два теоретичного характеру і одне практичне завдання.

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

1. Множини. Поняття множини. Операції над множинами. Числові множини. Поняття потужності множини. Зліченні та незліченні множини. Потужності множин натуральних, цілих, раціональних, дійсних та комплексних чисел.

2. Розвиток поняття числа. Множина дійсних чисел та її підмножини. Властивості дійсних чисел, принцип вкладених проміжків. Найбільший і найменший елемент множини. Межі(грані) числових множин. Різні форми властивості неперервності множина дійсних чисел. Принцип і метод математичної індукції. Комплексні числа та операції над ними, форми їх запису, модуль і аргумент комплексного числа, формули Ейлера.

3. Поняття функції. Числові функції. Композиція функцій, обернена функції. Класифікація функцій. Основні елементарні функції, їхні властивості. Графіки основних елементарних функцій дійсної змінної.

4.Границя послідовності. Нескінченно малі і обмежені послідовності. Основні теореми про границю послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Критерій Коші збіжності послідовності.

5. Границя та неперервність функції однієї дійсної змінної. Різні означення границі та неперервності функції в точці та їх еквівалентність. Властивості границь, основні границі. Властивості функцій, неперервних на замкненому проміжку (інтервалі). Неперервні та рівномірно неперервні функції.

6. Похідна і диференціал функції. Означення похідної. Диференційовність функції однієї змінної. Основні властивості диференційовних функцій (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Формула Тейлора). Застосування похідної, екстремуми, умови сталості, монотонності, опуклості, існування асимптот.

7. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл(інтеграл Рімана) функцій однієї змінної, основні властивості та застосування.

8. Числові ряди, умови збіжності. Функціональні ряди та послідовності,

рівномірна збіжність. Степеневі ряди проміжок і радіус збіжності. Ряд Тейлора, розвинення функцій в ряд Тейлора. Основні розклади.

9. Границя, неперервність і диференціал функцій багатьох змінних.

10. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли.

11. Інтеграли, залежні від параметру і елементарні асимптотичні методи.

12. Міра Жордана і міра Лебега. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Критерій вимірності. Збіжність за мірою та збіжність майже всюди. Конструкція інтеграла Лебега. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

13. Скалярний добуток, норма та відстань. Евклідові, нормовані та метричні простори. Повні метричні простори. Простори $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$, C [a ; b], C (a ;b) ; L^p(a ;b). Гільбертові і банахові простори. Компактність.

14. Лінійні неперервні функціонали. Норма функціоналу. Загальний вигляд лінійного функціоналу на основних просторах. Спряжений простір. Сильна і слабка збіжності. Принцип рівномірної обмеженості.

15.Оператори, границя і неперервність. Стискуючі оператори, метод послідовних наближень, теорема С. Банаха.

16. Лінійні оператори, норма лінійного обмеженого оператора, спектр і резольвента лінійного обмеженого оператора. Компактні і самоспряжені оператори. Теореми Фредгольма. Рівняння Фредгольма і Вольтерра. Ряд Фур'є і перетворення Фур'є.

17. Елементарні функцій комплексної змінної. Границя послідовності і числові ряди з комплексними членами. Границя, неперервність, похідна і інтеграл функції комплексної змінної, умови Коші –Рімана. Поняття про конформні відображення. Голоморфні (аналітичні) функції. Інтегральна теорема та інтегральна формула Коші. Функціональні ряди з комплексними членами, степеневий ряд і ряд Тейлора. Розвинення голоморфних функцій в ряд Тейлора. Нулі, особливі точки та лишки. Цілі функції.

18.Диференціальні рівняння першого і другого порядку. Задача Коші і крайові задачі.

19. Математичні досягнення останніх 100 років. Класичні математичні проблеми.

20. Застосування математики в теорії інформації. Кардинальні ряди.

21. Простори аналітичних функцій: Гарді, Пелі-Вінера, Бергмана.

Список рекомендованої літератури

1. Глушков П.М., Шунда Н.М. Диференціальне числення функції однієї змінної. – К.: Вища шк., 1991. – 270 с.

2. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: У3-х ч. – К.: Вища шк., 1990. – Ч. 1. – 380 с.; Ч. 2. – 1991. – 365 с.; Ч. 3. – 1992. – 360 с.

3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Либідь, 1993. – Ч. 1. – 320 с.; Ч. 2. – 299 с.

4. Кадець В. М., Курс функціонального аналізу та теорії міри : підручник За наук. ред. О. Б. Скасків.– Львів : видавець Чижиков І. Е., 2012.– 589 с.

5. Шкіль М.І. Математичний аналіз: У 2-х ч. – К.: Вища шк., 1994. – Ч. 1. – 423 с.

6. Шкіль М.І. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Вища шк., 2005. – Ч. 1. – 447 с.; Ч. 2. – 510 с.

7. Винницький Б.В., Шаповаловський О.В., Шаран В.Л., Хаць Р.В. Математичний аналіз функцій однієї змінної: у2-х ч. Ч. 2. – Дрогобич: Коло, 2011. – 500 с.

8. Винницький Б.В., Шаповаловський О.В., Шаран В.Л., Хаць Р.В. Математичний аналіз функцій однієї змінної: у2-х ч. Ч. 2. – Дрогобич: Коло, 2011. – 500 с.

9. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Вища шк., 1992. – Ч. 1 – 495 с.; Ч. 2. – 1993. – 375 с.

10. Банах С. Курс функціонального аналізу / С. Банах. – К.: Радянська школа, 1948. – 216 с.

11. Bari N.K. A Treatise on Trigonometric Series / N.K. Bari. – Macmillan, 1964.– 553 p.

12. Березанский Ю.М., Ус Г.Ю., Шефтель Е.Г. Функціональний аналіз. – Львів : Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 559 с.

13. Kanwal R. Generalized Functions Theory and Applications / R. Kanwal. – M.: Birkhauser, 2004. – 464 p.

14. Dunford N., Schwartz J. Linear operators. Part 1 / N. Dunford N., J. Schwartz . – John Wiley & Sons, 1988. – 872 p.

15. Dunford N., Schwartz J. Linear operators. Part 2 / N. Dunford N., J. Schwartz . – John Wiley & Sons, 1988. – 1088 p.

16. Dunford N., Schwartz J. Linear operators. Part 3 / N. Dunford N., J. Schwartz . –Wiley, 2009. – 2648 p.

17. Yosida K. Functional analysis / K. Yosida. – Springer, 1995. – 501 p.

18. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій та функціонального аналізу / А.М. Колмогоров, С.В. Фомін. – К.: Вища школа, 1974. – 456 с.

19. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В., Скасків О.Б. Комплексний аналіз. – Львів: Афіша, 2002. – 203 с.

20. Винницький Б.В., Хаць Р.В., Шепарович І.Б. Основи одномірного комплексного аналізу: Навчально-методичний посібник. – Дрогобич: ДДПУ. 2012. – 283 с.

21. Шкіль М.І., Сотниченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища школа, 1992. – 303 с.

22. Garcia S., Mashreghi J., Ross W. Introduction to model spaces and their operators, Cambridge University Press, 2016. – 322 с.

Критерії оцінювання знань

Оцінювання знань на вступному випробуванні проводиться за наступною шкалою:

Кількість балів	Вимоги
1-99	Відповіді на питання білета та додаткові питання відсутні або неправильні та нелогічні. Під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки.
100	Відповіді на питания білета неповні, частково відсутні, зміст жодного питания не розкритий повною мірою, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки.
110	Відповіді на деякі питания відсутні, розкрито зміст лише одного питання, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки, доведення тверджень відсутні.
120	Відповіді на питання неповні, зміст питань частково розкрито, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки, доведення тверджень незавершені, нелогічні та математично нестрогі.
130	Відповіді на деякі питання неповні, зміст деяких питань розкрито лише частково, доведения тверджень незавершені, переважно логічно строгі.
140	Відповіді на більшість питань повні, зміст питань в основному розкрито, під час відповіді допущено ряд грубих логічних та математичних помилок.
150	Відповіді на більшість питань повні, з упущенням неключових деталей, зміст питань переважно розкрито, в доведеннях допущено ряд логічних та математичних помилок.
160	Відповіді на більшість питань повні, зміст питань в основному розкрито, під час відповіді та при доведеннях допущено кілька негрубих логічних та математичних помилок.
170	Відповіді на питання повні, зміст питань розкрито, доведення чіткі з незначними похибками, під час відповіді допущено кілька незначних математичних помилок.
180	Відповіді на питання повні, зміст питань розкрито, доведення чіткі та строгі, під час відповіді допущено незначні математичні помилки.
190	Відповіді на питания повні, зміст питань розкрито, доведення тверджень чіткі, повні та строгі, математично точні та логічно обґрунтовані.
200	Відповіді на питания повні, зміст питань повністю розкрито, доведення тверджень чіткі, математично строгі та логічно обґрунтовані, теоретичний матеріал підтверджений прикладами.

Голова предметної комісії Володимир ДІЛЬНИЙ

підпис