

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДРОГОБИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

ПОГОДЖЕНО

на засіданні вченої ради
інституту фізики, математики, економіки
та інноваційних технологій
протокол № 2 від «23» лютого 2021 р.

Голова  Юрій ГАЛЬ

Схвалено на засіданні кафедри
математики
протокол № 2 від «01» лютого 2021 р.

Завідувач кафедри  Володимир ДІЛЬНИЙ

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні приймальної комісії
протокол № 4 від «29»
березня 2021 року

Голова приймальної комісії

ректор  Надія СКОТНА



ПРОГРАМА ФАХОВОГО ВИПРОБУВАННЯ

для вступу на навчання для здобуття ступеня доктора філософії

за спеціальністю 111 «МАТЕМАТИКА»

на основі ступеня магістра або освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста

Дрогобич, 2021

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Фахове випробування спрямоване на визначення готовності вступників до навчання і проведення науково-дослідної роботи.. Програма включає переважно питання з математичного аналізу, комплексного аналізу та функціонального аналізу. Водночас, екзаменовані повинні виявити володіння основними поняттями лінійної алгебри(матриці, визначники, системи рівнянь, векторні і евклідові простори, лінійні оператори), знати основні поняття сучасної алгебри і теорії чисел(теорію подільності в кільці цілих чисел, теорію конгруенцій, кільце многочленів від однієї, кількох змінних та многочленів над числовими полями, алгебраїчні розширення полів), володіти основними поняттями аналітичної геометрії, диференціальної геометрії і топології (множина, вектор, пряма, площина, простір, крива 2-го порядку, поверхня 2-го порядку, квадрика, дотична і нормаль, кривина і скрут, типи топологічних просторів), володіти основними поняттями математичного аналізу (функція, оператор, функціонал, послідовність, ряд, границя, неперервність, похідна, інтеграл, міра Лебега), мати чітке уявлення про основні типи метричних просторів, основні методи комплексного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики; володіти навичками дослідження просторів, операторів, елементарних функції дійсної та комплексної, методами обчислення границь, похідних, інтегралів; вміти розв'язувати найпростіші типи диференціальних рівнянь і застосування теоретичні факти до розв'язування практичних задач. Кожен білет випробування містить три завдання, серед яких є два теоретичного характеру і одне практичне завдання.

ЗМІСТ ПРОГРАМИ

1. Множини. Поняття множини. Операції над множинами. Числові множини. Поняття потужності множини. Злічені та незлічені множини. Потужності множин натуральних, цілих, раціональних, дійсних та комплексних чисел.
2. Розвиток поняття числа. Множина дійсних чисел та її підмножини. Властивості дійсних чисел, принцип вкладених проміжків. Найбільший і найменший елемент множини. Межі(грані) числових множин. Різні форми властивості неперервності множини дійсних чисел. Принцип і метод математичної індукції. Комплексні числа та операції над ними, форми їх запису, модуль і аргумент комплексного числа, формули Ейлера.
3. Поняття функції. Числові функції. Композиція функцій, обернена функції. Класифікація функцій. Основні елементарні функції, їхні властивості. Графіки основних елементарних функцій дійсної змінної.
4. Границя послідовності. Нескінченно малі і обмежені послідовності. Основні теореми про границю послідовності. Монотонні послідовності. Число e . Критерій Коші збіжності послідовності.
5. Границя та неперервність функції однієї дійсної змінної. Різні означення границі та неперервності функції в точці та їх еквівалентність. Властивості границь, основні границі. Властивості функцій, неперервних на замкнутому проміжку (інтервалі). Неперервні та рівномірно неперервні функції.
6. Похідна і диференціал функції. Означення похідної. Диференційовність функції однієї змінної. Основні властивості диференційовних функцій (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Формула Тейлора). Застосування похідної, екстремуми, умови сталості, монотонності, опуклості, існування асимптот.
7. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл(інтеграл Рімана) функцій однієї змінної, основні властивості та застосування.

8. Числові ряди, умови збіжності. Функціональні ряди та послідовності, рівномірна збіжність. Степеневі ряди проміжок і радіус збіжності. Ряд Тейлора, розвинення функцій в ряд Тейлора. Основні розклади.
9. Границя, неперервність і диференціал функцій багатьох змінних.
10. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли.
11. Інтеграли, залежні від параметру, і елементарні асимптотичні методи.
12. Міра Жордана і міра Лебега. Інтеграл Лебега. Вимірні функції. Критерій вимірності. Збіжність за мірою та збіжність майже всюди. Конструкція інтеграла Лебега. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.
13. Скалярний добуток, норма та відстань. Евклідові, нормовані та метричні простори. Повні метричні простори. Простори $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$, $C[a; b]$, $C(a; b)$; $L^p(a; b)$. Гільбертові і банахові простори. Компактність.
14. Лінійні неперервні функціонали. Норма функціоналу. Загальний вигляд лінійного функціоналу на основних просторах. Спряжений простір. Сильна і слабка збіжності. Принцип рівномірної обмеженості.
15. Оператори, границя і неперервність. Стискуючі оператори, метод послідовних наближень, теорема С. Банаха.
16. Лінійні оператори, норма лінійного обмеженого оператора, спектр і резольвента лінійного обмеженого оператора. Компактні і самоспряжені оператори. Теореми Фредгольма. Рівняння Фредгольма і Вольтерра. Ряд Фур'є і перетворення Фур'є.
17. Елементарні функції комплексної змінної. Границя послідовності і числові ряди з комплексними членами. Границя, неперервність, похідна і інтеграл функції комплексної змінної, умови Коші–Рімана. Поняття про конформні відображення. Голоморфні (аналітичні) функції. Інтегральна теорема та інтегральна формула Коші. Функціональні ряди з комплексними членами, степеневий ряд і ряд Тейлора. Розвинення голоморфних функцій в ряд Тейлора. Нулі, особливі точки та лишки. Цілі функції.

18. Диференціальні рівняння першого і другого порядку. Задача Коші і крайові задачі.
19. Математичні досягнення останніх 100 років. Класичні математичні проблеми.
20. Застосування математики в теорії інформації. Кардинальні ряди.
21. Простори аналітичних функцій: Гарді, Пелі-Вінера, Бергмана.

Список рекомендованої літератури

1. Глушков П.М., Шунда Н.М. Диференціальне числення функції однієї змінної. – К.: Вища шк., 1991. – 270 с.
2. Давидов М.О. Курс математичного аналізу: УЗ-х ч. – К.: Вища шк., 1990. – Ч. 1. – 380 с.; Ч. 2. – 1991. – 365 с.; Ч. 3. – 1992. – 360 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. – М.: Наука, 1982. – Ч. 1. – 616 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 3-х т. – М.: Высш. шк., 1988. – Т. 1. – 712 с.; Т. 2. – 576 с.; Т. 3. – 1989. – 352 с.
5. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Либідь, 1993. – Ч. 1. – 320 с.; Ч. 2. – 299 с.
6. Зорич В.А. Математический анализ: В2-х ч. – М.: МЦНМО, 2001. – Ч. 1. – 664 с.; Ч. 2. – 2002. – 794 с.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. – М.: Наука, 1982. – Ч. 1. – 616 с.
8. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 3-х т. – М.: Высш. шк., 1988. – Т. 1. – 712 с.; Т. 2. – 576 с.; Т. 3. – 1989. – 352 с.
9. Шкіль М.І. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Вища шк., 1994. – Ч. 1. – 423 с.
10. Шкіль М.І. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Вища шк., 2005. – Ч. 1. – 447 с.; Ч. 2. – 510 с.
11. Винницький Б.В., Шаповаловський О.В., Шаран В.Л., Хаць Р.В. Математичний аналіз функцій однієї змінної: у2-х ч. Ч. 2. – Дрогобич: Коло,

2011. – 500 с.

12. Винницький Б.В., Шаповаловський О.В., Шаран В.Л., Хаць Р.В. Математичний аналіз функцій однієї змінної: у2-х ч. Ч. 2. – Дрогобич: Коло, 2011. – 500 с.

13. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У2-х ч. – К.: Вища шк., 1992. – Ч. 1 – 495 с.; Ч. 2. – 1993. – 375 с.

14. Антоневи́ч А.Б., Кня́зев П.Н., Радыно́ Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу / А.Б. Антоневи́ч, П.Н. Кня́зев, Я.В. Радыно́. – Минск: Высш. шк., 1978. – 205 с.

15. Антоневи́ч А.Б., Радыно́ Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. – Минск: Изд-во“Университетское”, 1984. – 351 с.

16. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве/ Н.И. Ахиезер, И.М. Глазман. – М.: Наука, 1966 – 544 с.

17. Банах С. Курс функціонального аналізу / С. Банах. – К.: Радянська школа, 1948. – 216 с.

18. Бари Н.К. Тригонометрические ряды/ Н.К. Бари. – М.: АФЦ, 1999.– 936 с.

19. Березанский Ю.М. Разложения по собственным функциям самосопряженных операторов / Ю.М. Березанский. – К.: Наукова думка, 1965. – 798 с.

20. Березанский Ю.М., Ус Г.Ю., Шефтель Е.Г. Функциональный анализ/ Ю.М. Березанский, Г.Ю. Ус, Е.Г. Шефтель. – К.: Вища шк., 1990. – 600 с.

21. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

22. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1981. – 512 с.

23. Вулих Б.З. Краткий курс теории функций вещественной переменной / Б.З. Вулих. – М.: Наука, 1973. – 352 с.

24. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе / Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. – М.: Мир, 1967. – 251 с.

25. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Спектральная теория / Н. Данфорд, Дж.Т. Шварц. – М.: Мир, 1966. – 1064 с.
26. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Спектральные операторы/ Н. Данфорд, Дж.Т. Шварц. – М.: Мир, 1974. – 662 с.
27. Иосида К. Функциональный анализ/ К. Иосида. – М.: Мир, 1967. – 624 с.
28. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: Наука, 1977. – 742 с.
29. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа/ А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: Физматлит, 2004. – 572 с.
30. Краснов М.Л. Интегральные уравнения/ М.Л. Краснов. – М.: Наука, 1975. – 304 с.
31. Крейн С.Г. Функциональный анализ/ С.Г. Крейн. – М.: Наука, 1964. – 424 с.
32. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа/ Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520 с.
33. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк. – М.: Наука, 1969. – 527 с.
34. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной / И.П. Натансон. – М.: Наука, 1974. – 480 с.
35. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу/ Ф. Рисс, Б. Сёкефальви-Надь. – М.: Мир, 1979. – 587 с.
36. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцкий М.В., Скасків О.Б. Комплексний аналіз. – Львів: Афіша, 2002. – 203 с.
37. Евграфов М.А., Бежанов К.А. и др. Сборник задач по теории аналитических функций. – М.: Наука, 1972. – 415 с.
38. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций: В 2-х т. – М.: Наука, 1968. – Т. 1. – 321 с.; Т. 2. – 321 с.
39. Винницький Б.В., Хаць Р.В., Шепарович І.Б. Основи одномірного комплексного аналізу: Навчально-методичний посібник. – Дрогобич: ДДПУ.

2012. – 283 с.

40. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1966. – 628 с.

41. Грищенко А.Е., Нагнибида Н.И., Настасиев П.П. Лекции по теории функций комплексного переменного. Решение задач. – К.: Вища школа, 1986. – 336 с.

42. Евграфов М.А. Аналитические функции. – М.: Наука, 1968. – 471 с.

43. Евграфов М.А., Бежанов К.А. и др. Сборник задач по теории аналитических функций. – М.: Наука, 1972. – 415 с.

44. Лавретьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 471 с.

45. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск.: Высшэйшая школа. – 1974. – 766 с.

46. Шкіль М.І., Сотниченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. – К.: Вища школа, 1992. – 303 с.

47. Garcia S., Mashregi J., Ross W. Introduction to model spaces and their operators, Cambridge University Press, 2016. – 322 с.

Критерії оцінювання знань

Оцінювання знань на фаховому випробуванні проводиться за 4-бальною шкалою (від 2 до 5 балів):

Кількість балів	Вимоги
2	Відповіді на питання білета та додаткові питання відсутні.
	Відповіді на питання білета відсутні або невірні та нелогічні.
	Відповіді на більшість питань відсутні, на додаткові питання дано неповні, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки.
3	Відповіді на питання білета неповні, частково відсутні, зміст жодного питання не розкритий повною мірою, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки.
	Відповіді на деякі питання відсутні, розкрито зміст лише одного питання, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки, доведення тверджень відсутні.
	Відповіді на питання неповні, зміст питань частково розкрито, під час відповіді допущені грубі логічні та математичні помилки, доведення тверджень незавершені, нелогічні та математично нестрогі.
4	Відповіді на деякі питання неповні, зміст деяких питань розкрито лише частково, доведення тверджень незавершені, але логічно строгі.
	Відповіді на більшість питань повні, зміст питань в основному розкрито, під час відповіді та при доведеннях допущено ряд грубих логічних та математичних помилок.
	Відповіді на більшість питань повні, зміст питань в основному розкрито, під час відповіді та доведень тверджень допущено ряд логічних та математичних помилок.
5	Відповіді на питання повні, зміст питань розкрито, доведення чіткі та строгі, під час відповіді допущено незначні математичні помилки.
	Відповіді на питання повні, зміст питань розкрито, доведення тверджень чіткі, математично строгі та логічно обґрунтовані.
	Відповіді на питання повні, зміст питань повністю розкрито, доведення тверджень чіткі, математично строгі та логічно обґрунтовані, теоретичний матеріал підтверджений прикладами.

Голова предметної комісії



підпис

Володимир ДІЛЬНИЙ