

Лекція № 3

Тема: Властивості напівпровідникових низькорозмірних структур. Надгратки

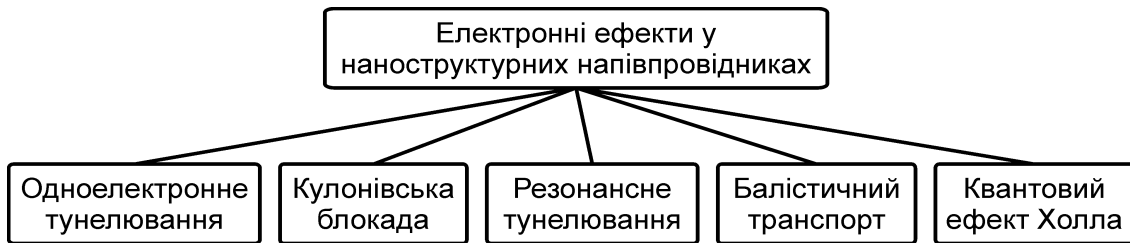
ПЛАН ЛЕКЦІЇ

1. Потенціальні ями, бар'єри і тунелювання.
2. Одноелектронне тунелювання і кулонівська блокада.
3. Резонансне тунелювання.
4. Балістичне перенесення заряду.
5. Квантовий ефект Холла.
6. Надгратки.

Рекомендована література

1. Поплавко Ю.М. Нанофізика, наноматеріали, наноелектроніка : навчальний посібник / Ю.М. Поплавко, О.В. Борисов, Ю.І. Якименко. – К. : НТУУ «КПІ», 2012. – 300 с.
2. Погосов В.В. Нанофізика і нанотехнології / В.В. Погосов, Ю.А. Куницький, А.В. Бабіч, А.В. Коротун, А.П. Шпак. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2011. – 381 с.
3. Заячук Д.М. Нанотехнології і наноструктури / Д.М. Заячук. – Л. : Львівська політехніка, 2009. – 580 с.

Оскільки розміри наноструктур порівнянні з довжиною вільного пробігу електронів, носії заряду можуть вільно проходити крізь наноструктури без розсіювання на дефектах, домішках, фононах та ін. У таких структурах фази невзаємодійних електронних хвиль зберігаються протягом усього шляху і тому спостерігаються ефекти фазової інтерференції. Основні фізичні ефекти у низькорозмірних структурах, які можуть бути використані у наноелектроніці, показано на рис.



Основні квантові ефекти у низькорозмірних структурах

1. Потенціальні ями, бар'єри і тунелювання

Для аналізу властивостей квантових систем використовують їх енергетичні моделі. Наночастинки за їх дискретним спектром можна порівняти з атомами. Енергетичний спектр найпростішого атома (атома водню) показано на рис. 1.28. Потенціальна енергія електрона в цьому атомі описується законом Кулона: $U(r) = -e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$, де r – відстань від електрона до ядра. Точці A відповідає перша стаціонарна борівська орбіта з головним квантовим числом $n = 1$ і енергією $E_1 = -13,6$ еВ. Радіус цієї орбіти $r_1 = 0,053$ нм. У стаціонарному стані ($n = 1$) імовірність перебування електрона на цій орбіті максимальна. Інші стани (за $n = 2, 3, \dots$) з більшою енергією (E_2, E_3, \dots) є збудженими (рис. 1.28, б). Якщо електрону в основному стані E_1 надати енергію, більшу ніж 13,6 еВ, то електрон виявиться вільним.

Енергетичний підхід спирається на закон збереження енергії і тому

є універсальним. Графік (рис. 1.28, а) дає уявлення про потенціальну яму, висота стінок якої являє собою потенціальний бар'єр. Метод потенціальних кривих дозволяє за відомих значень розподілу енергії визначити динамічні параметри рухомої частинки.

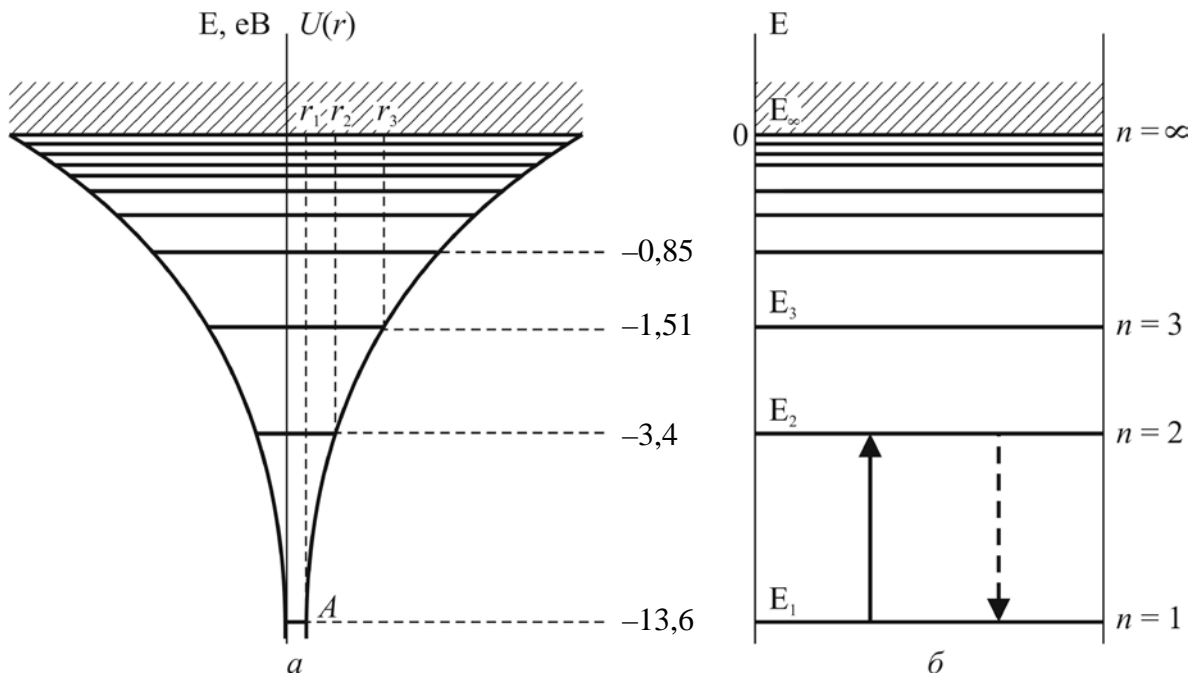


Рис. 1.28. Енергетична модель атома водню

Відповідно до класичної механіки тіло здатне перебороти потенціальний бар'єр тільки за умови, що його енергія **перевищує** потенціальну енергію на вершині бар'єра. Зовсім інакше поводить ся квантова частинка. Для неї існує відмінна від нуля імовірність проникнути за бар'єр навіть за умови, що енергія цієї частинки **менша** за висоту потенціального бар'єра. Такий квантовомеханічний ефект називають **ізоенергетичним тунелюванням**.

З погляду класичної фізики у разі тунельного ефекту порушується закон збереження енергії. Але для квантової фізики тунельний ефект можливий за умови переборювання «дефіциту» енергії частинки ΔE протягом **малого часу** $\Delta t = \hbar/(2\Delta E)$ відповідно до співвідношення невизначеностей. Тому, з погляду квантової фізики, якщо саме за такий час частинка тунелює крізь бар'єр, то закон збереження енергії **не порушується**. Річ у тім, що після тунелювання частинка **зберігає свою енергію**.

Тунельний ефект лежить в основі дії тунельного діода й широко використовується в інших приладах наноелектроніки (див. підрозд. 3).

Інша особливість поведінки квантової частинки в потенціальній ямі нано- і атомарних розмірів полягає в тому, що її **енергетичний спектр є дискретним** (подібним до показаного на рис. 1.28, б). Дискретність енергетичного спектра електронів є основою функціонування багатьох наноелектронних структур. Конфігурації реальних потенціальних ям і бар'єрів у мікросвіті залежать від геометричних особливостей полів, які утворюють ці ями. Наприклад, потенціальну яму для електрона, що рухається в електричному полі ядра атома водню, було показано на рис. 1.28, а.

Поведінку мікрочастинки у потенціальній ямі можна визначити, розв'язавши рівняння Шредінгера за відповідних початкових умов. Це диференціальне рівняння; для його розв'язання необхідно знати, як залежить потенціальна енергія U мікрочастинок від координат, тобто потрібно задати функцію $U(x, y, z)$. Тут і далі будемо припускати, що ця функція не залежить від часу (оскільки мікрочастинка перебуває у стаціонарному стані).

Для з'ясування основних особливостей поведінки мікрочастинки у потенціальній ямі досить розглянути **одновимірний** випадок $U(x)$ і потенціальну яму **прямокутної форми** (рис. 1.29, а). Ширину потенціальної ями позначено через l , а її глибину – через U^0 . У цій моделі ширина бар'єрів, що обмежують потенціальну яму справа й зліва, **нескінченна**. Глибина ями U^0 може змінюватися від деякого кінцевого значення до нескінченності, коли яму можна вважати необмежено глибокою.

Розв'язання рівняння Шредінгера (результат якого ілюструє графічно рис. 1.29, б) дає змогу визначити енергетичний спектр мікрочастинки, тобто повний набір значень її енергії E і хвильову функцію $|\Psi(x)|$, квадрат модуля якої $|\Psi(x)|^2$ є густиною імовірності знайти мікрочастинку у точці x .

Можна показати також, що на ширині ями l укладається **ціла кількість півхвиль** де Бройля:

$$l \approx n(\lambda/2).$$

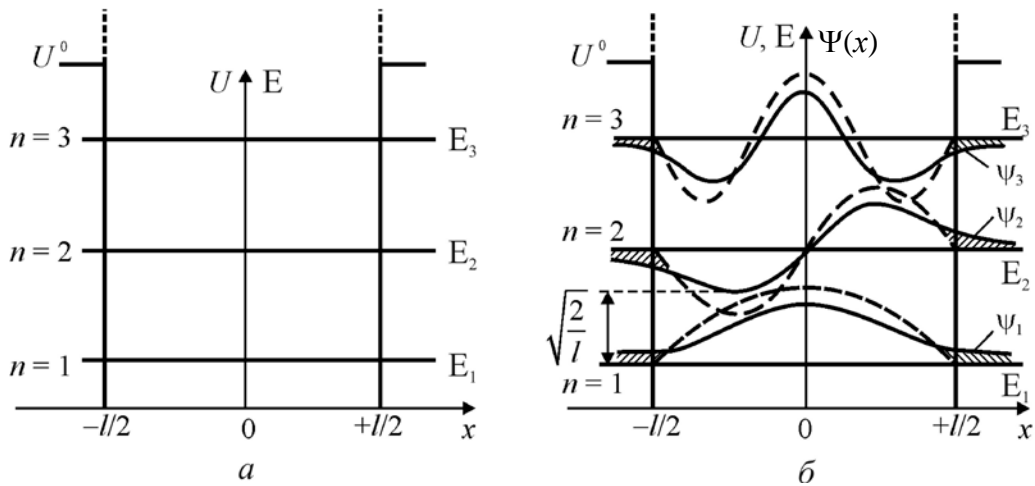


Рис. 1.29. Одновимірний потенціальний ям: *а* – енергетичний спектр мікрочастинки в потенціальній ямі; *б* – хвильові функції $\Psi(x)$ для трьох станів ($n = 1, 2, 3$) мікрочастинки у потенціальній ямі (пунктиром показано функцію розподілу в разі нескінченно глибокої ями)

Для нескінченно глибокої ями хвильова функція виражається через тригонометричні функції: через косинуси в разі непарного n ($n = 1, 3, 5$) і через синуси в разі парного n (на рис. 1.29, б показано пунктирними кривими). З рисунка видно, що в розглянутому випадку амплітуда хвилі де Бройля у точках $x = \pm l/2$ перетворюється в нуль. Отже, коли $U^0 \rightarrow \infty$, мікрочастинка не може ні проникнути всередину бар'єра, ні вийти за межі ями. Однак якщо глибина ями **кінцева**, то амплітуда хвилі де Бройля в точках $x = \pm l/2$ не перетворюється в нуль за будь-яких n і **має продовження за межами бар'єра**. Цей важливий результат показано на рис. 1.30 суцільними кривими в заштрихованих ділянках. Тобто мікрочастинка в потенціальній **ямі кінцевої глибини** U^0 може проникати за межі бар'єра за енергій E , менших ніж U^0 , що суперечить закону збереження енергії класичної фізики й не спостерігається в макросвіті. Крім того, з рис. 1.30, на якому показано густину ймовірності за трьох різних значень n , впливає, що енергетичний спектр квантової частинки дискретний, причому її мінімальна енергія не дорівнює нулю ($E_1 > 0$). Цю енергію називають **нульовою** і зазвичай позначають як E_0 . Нульова енергія властива будь-яким квантовим системам: фізичному вакууму, кваркам в адронах, нуклонам у ядрах атомів, електронам в атомах, атомам у молекулах і кристалах.

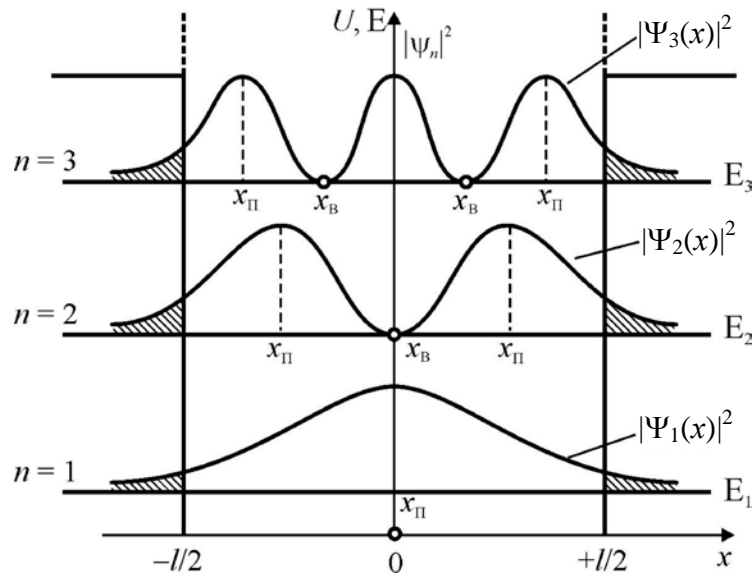


Рис. 1.30. Густина ймовірності $|\Psi(x)|^2$ знайти мікрочастинку в різних точках x потенціальної ями кінцевої глибини

Імовірності знайти мікрочастинку в різних точках усередині ями, як видно з рис. 1.30, істотно різняться. Є точки, імовірність «відвідування» яких частинкою максимальна. Їх називають *пучностями* (x_{Π}). Є і такі точки, у яких частинка не буває, це – *вузли* (x_B). Таке поведіння не властиве **макрочастинкам**.

Треба зауважити, що ймовірність проникнення мікрочастинки **за межі бар'єра** ($x = \pm l/2$) не дорівнює нулю, а лише поступово знижується зі збільшенням відстані від меж бар'єра (заштриховані ділянки на рис. 1.30). Таким чином, якщо ширина бар'єра не нескінченна, то є відмінна від нуля імовірність проникнення мікрочастинки за межі бар'єра (тунельний ефект).

Тунельний ефект, що лежить в основі дії багатьох схемних елементів наноелектроніки, зручно пояснити на прикладі, показаному на рис. 1.31.

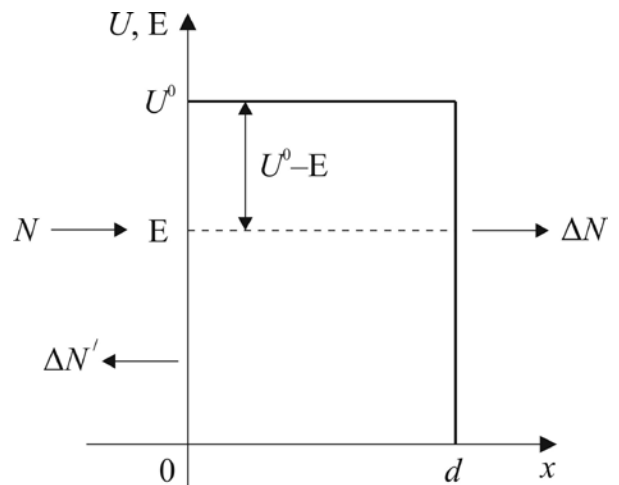


Рис. 1.31. Прямокутний потенціальний бар'єр: $\Delta N'$ – кількість невдалих спроб мікрочастинки перебороти бар'єр ($N = \Delta N + \Delta N'$); d – ширина бар'єра і U^0 – його висота; $(U^0 - E)$ – «дефіцит» енергії частинки всередині бар'єра

Якщо потенціальний бар'єр має прямокутну форму, то ймовірність проникнення мікрочастинки масою m за межі потенціального бар'єра можна виразити формулою

$$T \approx 16 \frac{E}{U^0} \left(1 - \frac{E}{U^0}\right) e^{-2L\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(U^0 - E)}},$$

де T – **коефіцієнт прозорості** потенціального бар'єра (ймовірність тунелювання) – дорівнює відношенню кількості вдалих спроб частинки проникнути за бар'єр ΔN до загальної кількості таких спроб N ($T = \Delta N/N$). З наведеної формули випливає, що ймовірність тунелювання зменшується зі збільшенням маси частинки m , товщини потенціального бар'єра d і дефіциту енергії ($U^0 - E$).

2. Одноелектронне тунелювання і кулонівська блокада

Кулонівською блокадою називають таке явище, коли струм не проходить крізь тунельний перехід навіть за наявності зовнішньої електричної напруги, якщо тунелюванню електронів перешкоджає їх кулонівська взаємодія. Це фізичне явище покладено в основу досить перспективних для майбутньої електроніки **одноелектронних приладів**, які становлять особливий інтерес у зв'язку з наближенням технології до межі мініатюризації елементів класичних інтегральних мікросхем. Одноелектронні прилади забезпечують подальше підвищення швидкодії, зменшення габаритів і енергоспоживання електронної апаратури.

У **мікроелектронних** приладах логічні елементи, що спрацьовують за певної величини «зарядового пакета» з деякої кількості електронів (або дірок), можуть надто часто помилятися, якщо цей «пакет» виявиться *недостатньо великим*. Натепер у такому «пакеті» використовується понад 10^4 електронів. Але якщо кодувати логічну одиницю пакетом з десяти зарядів з порогом спрацьовування у п'ять зарядів, логічний елемент буде неправильно спрацьовувати приблизно в 3 % випадків, що неприйнятно для техніки. З цим пов'язана межа мініатюризації звичайної електроніки. Уже тепер у мікроелектронній промисловості створюються транзистори, розмір

робочих елементів яких становить 20–30 нм. Вони ще здатні працювати зі звичайними електричними сигналами, однак з подальшим зменшенням розмірів дуже швидко нарастають проблеми, про які говорилося вище.

Відповідно до закону Мура повне освоєння галузі мезоелектроніки очікується приблизно через десять років. Діапазон 30–5 нм (область мезоструктур) варто вважати перехідним від класичної твердотільної електроніки до квантової. Промисловість упритул підійшла до цієї області, але зіштовхнулася з низкою труднощів. Треба зауважити, що у структурі нанометрового розміру неможливо істотно збільшити надлишковий заряд. Наприклад, у сферичному кластері радіусом 2–3 нм можна розмістити лише кілька зайвих електронів.

Таким чином, у сучасних обчислювальних пристроях перемикання (тобто перехід між станами «0» і «1») вимагає участі 10^4 – 10^5 електронів. Розрахунки показують, що за класичною мікроелектронною технологією неможливо буде домогтися стійкого перемикання за кількості електронів близько 10^2 . Навпаки, за нанотехнологіями вже створено макети транзисторів, перемикання яких забезпечується дією лише одного електрона, а також запам'ятовувальні пристрої, у яких носієм біта інформації є один електрон.

Одноелектронними називають такі прилади, які контролюють переміщення одного електрона або малої їх кількості. У цих приладах електрони переміщуються за допомогою тунельного ефекту. Оскільки час тунелювання малий, то й гранична швидкість таких приладів висока (до 10^{14} Гц). Робота, яка потрібна для переміщення одного електрона, мала, і тому енергоспоживання та тепловиділення таких приладів мають бути низькими (теоретично – близько 10^{-8} Вт для одного елемента).

Тунелювання у низькорозмірних структурах. Як відомо, електричний струм у провіднику зумовлюється рухом електронів відносно нерухомих іонів кристалічної ґратки. Хоча кожен електрон несе дискретний одиничний заряд e , загальний перенесений електронами заряд змінюється не

стрибкоподібно, як можна було б очікувати, а неперервно, оскільки цей заряд визначається сумою зсувів усіх електронів відносно іонів ґратки. Вільні електрони у провіднику можуть зміщуватися на будь-які малі відстані. Тому сумарний заряд, який переносять електрони, в об'ємному провіднику (або напівпровіднику) змінюється монотонно – дискретність у перенесенні заряду спостерігати неможливо.

У низькорозмірних структурах **дискретність транспорту заряду** є типовою властивістю; більш того, саме ця дискретність і може бути фізичною основою дії деяких нанoeлектронних приладів.

Тунелювання електрона крізь потенціальний бар'єр – це прояв його хвильових властивостей. У низькорозмірних структурах це явище набуває специфічних особливостей, зумовлених не тільки дискретністю руху заряду, який переносить електрон, але й додатковим квантуванням енергетичних станів у таких структурах. Найбільш характерно ці особливості виявляються в одноелектронному тунелюванні й у резонансному тунелюванні.

Одноелектронне тунелювання. Спочатку треба уявити просту наноструктуру, що складається з двох провідних контактів, розділених тонким діелектриком. У такій структурі електричний заряд переноситься комбіновано – безперервно у провіднику й дискретно через діелектрик.

Будемо вважати, що межа поділу між провідником і діелектриком електронейтральна. У разі прикладення до контактів електричного потенціалу починається безперервне змінювання заряду в провіднику, що зумовлює нагромадження зарядів *на межі провідник–діелектрик*. Цей заряд формується внаслідок невеликих безперервних зсувів електронів (відносно своїх рівноважних положень) у примежовій ділянці провідника.

Нагромадження заряду продовжується доти, доки його величина не виявиться достатньою для відриву й тунелювання крізь діелектрик **одного** електрона. Після акту тунелювання система повертається до первісного стану, і в разі збереження зовнішньої (прикладеної) напруги все повторюється знову.

Під час тунелювання у прямому напрямку електрон здобуває мож-

ливість тунелювати через діелектрик тоді, коли нагромаджений заряд стає більшим ніж $+e/2$, оскільки тільки за цих умов зменшується електростатична енергія системи (під час тунелювання у зворотному напрямку заряд має бути меншим за $-e/2$). У середині інтервалу $+e/2$ і $-e/2$ тунелювання неможливе через кулонівську взаємодію електрона з іншими рухливими й нерухливими зарядами в провіднику (*кулонівська блокада*).

Структуру з одним тунельним бар'єром можна подати у вигляді еквівалентної схеми, показаної на рис. 1.32, а. Її основними елементами є ємність утвореного діелектриком конденсатора C_t і тунельний опір R_t , що характеризує тунельний перехід без зарядових ефектів. Ємність C_e є еквівалентною для електродів та джерела напруги V і враховує зміну заряду в них під час протікання електричного струму.

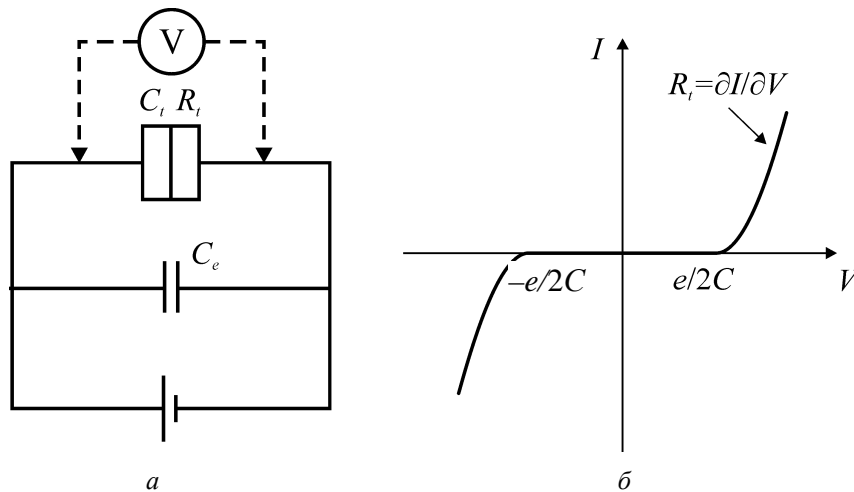


Рис. 1.32. Однобар'єрна структура: а – еквівалентна схема; б – вольт-амперна характеристика

Зміна електростатичної енергії під час тунелювання одного електрона дорівнює різниці між енергією, запасеною у конденсаторі, і роботою, яка виконується джерелом живлення:

$$\Delta E = e^2/(2C) - eV,$$

де $C = C_t + C_e$. Тунелювання енергетично вигідне тільки тоді, коли $\Delta E < 0$. У такому разі гранична напруга як для прямого, так і зворотного зміщення буде становити: $|V_t| = e/(2C)$.

Це значення енергії називають **кулонівським зазором**.

Вольт-амперну характеристику однобар'єрної структури показано на рис. 1.32, б. Електричний струм у такій структурі з'являється тільки за напруги електричного зсуву, більшої за граничну напругу. Між значеннями напруги $\pm e/(2C)$ структура є закритою – струм не протікає. На відкритій ділянці вольт-амперної характеристики струм визначається значенням тунельного опору R_t .

Експериментальне спостереження розглянутих закономірностей можливе тільки за умови малої величини енергії теплових флуктуацій порівняно з енергією перезарядження конденсатора одним електроном. Це потребує виконання умови $kT \ll e^2/(2C)$. Відповідно до неї за температури рідинного гелію (4 К) значення ємності тунельного бар'єра має бути меншим за 10^{-16} Ф, що досягається тільки у нанорозмірних структурах, серед яких найбільше підходять квантові точки. Крім цього, для прояву ефектів, зумовлених одноелектронним тунелюванням в умовах кулонівської блокади, необхідно, щоб тунельний опір структури задовольняв умову $R_t > h/e^2$. Виконання цієї умови потрібне для перевищення рівня квантових флуктуацій кількості електронів у квантовій точці, через яку відбувається одноелектронне тунелювання. Тобто флуктуації мають бути надто малими, щоб змінити заряд для його стійкої локалізації у квантовій точці.

Двобар'єрна структура. Дві топологічно з'єднані та послідовно підключені тунельні структури і їх еквівалентну схему показано на рис. 1.33. Такою структурою можуть бути металеві електроди з металевим або напівпровідниковим острівцем О. Цей острівець за своїми розмірами й властивостями зазвичай відповідає квантовій точці, у якій локалізовано певну кількість електронів. Він має ємнісні зв'язки і з правим, і з лівим електродами, і ці зв'язки характеризуються відповідно ємностями C_L і C_R . Сам же острівець має ємність C , що дорівнює сумі C_L і C_R .

Як і у випадку однобар'єрної структури, для двобар'єрної структури також існує певний діапазон значень напруги, у якому не буде протікати електричний струм внаслідок кулонівської блокади перенесення електронів.

Однак симетрія вольт-амперної характеристики, типова для одnobар'єрної структури, буде порушена додатковими обмеженнями на перенесення електронів, пов'язаними з дозволеними електронними станами в острівці.

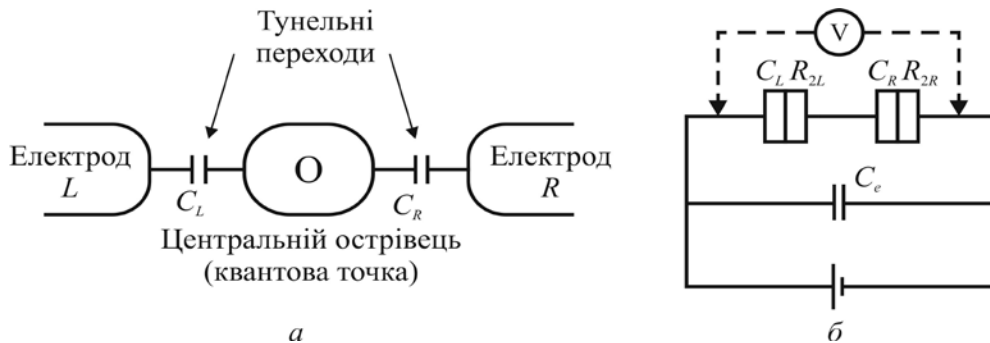


Рис. 1.33. Топологічно з'єднані через квантову точку тунельні структури:
а – модель структури; б – еквівалентна схема

На вольт-амперній характеристиці двобар'єрної структури є діапазон напруги, у якому електричний струм у структурі не може протікати. Це залежить від електронних властивостей центрального острівця. Такий ефект можна пояснити в термінах енергії Фермі острівця і електродів. За малих розмірів острівця його енергія Фермі відрізняється від цього параметра в електродах. Це приводить до різниці потенціалів $\Delta V_0 e$; причина якої полягає у тому, що перерозподіл заряду в острівці може відповідати тільки потенціалу, кратному e/C . У макроскопічному зразку ємність C була б досить великою, тому параметр e/C став би надто малим, і збіг енергій Фермі в електродах і квантовій точці в умовах проходження через перехід став би майже точним.

У нанорозмірних структурах рівновага приводить до того, що рівні Фермі розміщуються так близько, наскільки це можливо, але ΔV_0 залишається усе ще великою в діапазоні $\Delta V_0 < e/(2C)$. Ця неузгодженість енергій Фермі і призводить до асиметрії вольт-амперних характеристик.

Дискретність енергетичних станів електронів в острівці визначається тим, що його заряд може змінюватися тільки дискретно з надходженням або відходом одного електрона. Значення цієї енергетичної дискретності становить $e^2/(2C)$. У сусідніх макроскопічних ділянках за межами бар'єра енергетичні стани електронів квазінеперервні. За температури

близько 0 К ці стани заповнені аж до рівня Фермі E_F . Це зумовлює енергетичну різницю $e/\Delta V_0$ між рівнем, з якого електрон інjektується, і найближчим рівнем, який електрон може зайняти в островці.

Електрон, що надійшов на острівця з лівого електрода, індукує поляризаційний заряд на правому бар'єрі, який дорівнює eC_R/C . Щоб його перевищити і перебороти кулонівську блокаду, прикладена зовнішня напруга має задовольняти умову

$$V > C(e/2C + \Delta V_0)/C_R.$$

Це призводить до несиметричного характеру вольт-амперної характеристики двобар'єрної структури (рис. 1.34, б). Очевидно, якщо $\Delta V_0 = 0$, то вольт-амперна характеристика буде симетричною – типовою для одnobар'єрної структури.

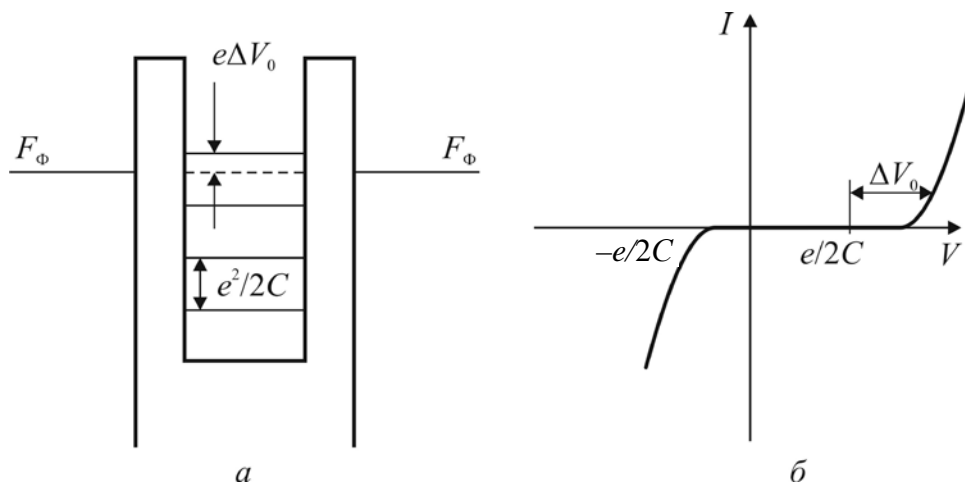


Рис. 1.34. Двобар'єрна структура: а – зонна діаграма; б – вольт-амперна характеристика

Розглянутий випадок припускає ідентичність характеристик двох з'єднаних тунельних бар'єрів. Коли ж один з бар'єрів має більш високу прозорість, то вольт-амперна характеристика набуває специфічного східчастого вигляду (рис. 1.35).

Таку характеристику називають **кулонівськими сходами**. Вона є наслідком різниці швидкостей тунелювання крізь перший і другий бар'єри. Електрод бар'єра більшої прозорості називають *витоком*, а меншої – *стоком* (за аналогією з польовим транзистором).

У разі такої напруги між витоком і стоком, яка перевищує поріг кулонівської блокади, електрон тунелює в острівця між електродами. Там він затримується на досить тривалий час, перш ніж відбудеться його тунелювання до стоку. Тунелювання з острівця до стоку *через меншу прозорість* бар'єра відбувається з меншою імовірністю і відповідно обмежує перенесення електронів через острівця. Заряд, нагромаджений на межі стокового бар'єра, стає більшим від заряду на витоковому бар'єрі, унаслідок чого підвищення напруги на зовнішніх контактах компенсується, головним чином, спаданням напруги на стоковому бар'єрі. Падіння напруги на витоковому бар'єрі залишається майже незмінним, а оскільки саме її значення визначає швидкість інжекції електронів в острівця, то загальний струм також залишається незмінним. Так формується перша після кулонівського зазору сходинка, на якій струм, що протікає через структуру, не залежить від прикладеної напруги.

Наступні сходинки з'являються з періодичністю, що відповідає можливості збільшувати заряд острівця через збільшення кількості електронів на острівці у міру підвищення напруги в зовнішньому колі. Таким чином, положисті ділянки на вольт-амперній характеристиці відповідають різним зарядовим станам острівця.

Двобар'єрні структури становлять практичний інтерес для створення перемикальних і підсилювальних приладів завдяки можливості керувати їх електричними характеристиками шляхом відповідного впливу на електронні стани в електродах і острівці. Таке керування досягається використанням різних матеріалів для острівця і електродів або локалізованих зарядів, убудованих у бар'єрний діелектрик. Однак найбільш

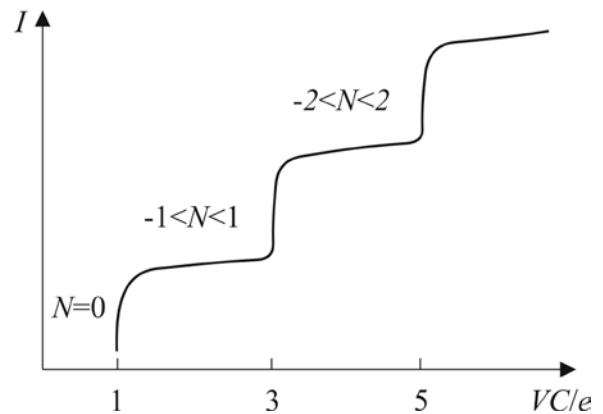


Рис. 1.35. Вольт-амперна характеристика двобар'єрної одноелектронної структури, один з бар'єрів якої має більшу прозорість

ефективним з погляду практичного приладового застосування є оперативне керування вольт-амперною характеристикою структури за допомогою електричного потенціалу, що подається через третій електрод на острівцець. У цьому випадку він відіграє роль заслона польового транзистора. На цьому принципі конструюються одноелектронні транзистори (їх детально розглянуто в розділі 3).

Тунельний МДМ перехід (метал–діелектрик–метал) з кулонівської блокадою. Цю модель покладено в основу принципу дії одноелектронного транзистора.

Нехай спочатку система з двох металевих провідників та діелектрика між ними не заряджена. Цю систему можна розглядати як конденсатор з деякою ємністю C . Якщо перенести електрон із зарядом e^- з пластини M1 на пластину M2, то конденсатор виявиться зарядженим. Перенесення заряду потребує енергії ΔE , оскільки воно відбувається проти сил взаємодії з позитивним зарядом, що виникає на пластині M1 (рис. 1.36, а). Ця енергія дорівнює енергії зарядженого конденсатора: $\Delta E = e^2/(2C)$. Величина ΔE являє собою *енергію одноелектронного зарядження*.

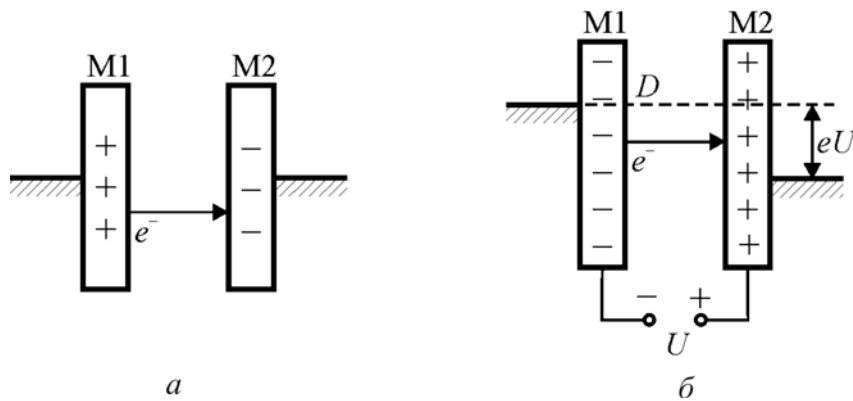


Рис. 1.36. Схема, що пояснює механізм кулонівської блокади у разі тунелювання електрона

Якщо прикласти до пластин напругу U (як це показано на рис. 1.36, б) і поступово збільшувати її, то на пластинах почнуть нагромаджуватись заряди. До деякого значення $U = U_k$ тунельний струм через перехід не протікає, оскільки робота джерела напруги з переміщення електрона із пластини M1 на пластину M2 залишається меншою від ро-

боти проти кулонівських сил відштовхування. Тобто протіканню тунельного струму перешкоджає кулонівська блокада.

Блокада буде «прорвана», коли напруга U досягне U_k , що зумовлено співвідношенням $eU_k = e^2/(2C)$. Звідси випливає, що $U_k = e/(2C)$. Напругу U_k називають **напругою кулонівської блокади**. Після «прориву» блокади тунелює один електрон, потім знову нагромаджується заряд на пластинах і т. д. Електрони тунелюють через перехід **по одному**. Спостереження ефекту кулонівської блокади можливе в умовах, коли енергія теплового руху електронів недостатня для подолання блокади, тобто $\Delta E \gg k_B T$. Інакше кажучи, умовою подолання блокади є нерівність $C \ll e^2/(2k_B T)$.

Підставивши в цю нерівність значення e і k_B , отримуємо, що для спостереження ефекту кулонівської блокади за температури 1 К необхідна ємність $C < 9 \cdot 10^{-16}$ Ф, а за температури 300 К – ємність $C < 9 \cdot 10^{-18}$ Ф. Це означає, що блокаду можна спостерігати або за температур нижчих від гелієвих, або за дуже малих ємностей. У звичайних умовах енергія ΔE дуже мала, оскільки ємність C надто велика. Якщо температура $T = 300$ К, то пристрій, зображений на рис. 1.36, б, повинен для виявлення кулонівської блокади мати пластини М1 і М2 розміром декілька нанометрів за товщини діелектрика (D) близько 10 нм.

Ще одна умова спостереження кулонівської блокади: енергія одноелектронного заряду ΔE має перевищувати квантові флуктуації енергії $\Delta E' = h/\tau$, де $\tau = (R_T C)^{-1/2}$ – час зарядження конденсатора, а R_T – опір тунельного переходу: $\Delta E > \Delta E'$.

У структурах із **двома тунельними переходами** кулонівська блокада має особливості (у приладових структурах одноелектроніки використовують саме два тунельні переходи, щоб послабити шунтувальну дію провідників).

Конденсатор із двома тунельними переходами показано на рис. 1.37, а. Металева гранула – квантова точка, острівець – поміщена в діелектричне середовище (заштриховане) між двома з'єднаними металевими пластинами. Острівець і пластини утворюють дві обкладки складно-

го конденсатора ємністю C . Так само, як і в попередньому випадку, перенесення електрона з пластин на острівця (або навпаки) потребує енергії.

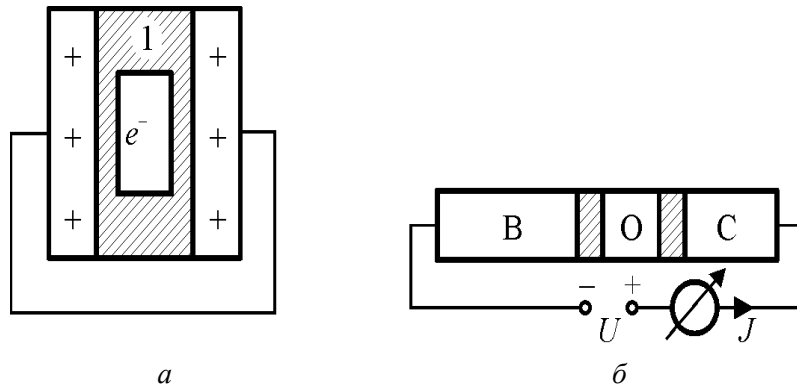


Рис. 1.37. Структура, що включає два електроди і розміщений між ними в діелектричному середовищі наноострівця без (а) і за (б) різниці потенціалів між електродами

Схему спостереження кулонівської блокади показано на рис. 1.37, б. Металеві пластини В і С позначають «витік» і «стік»; О – металевий острівця (квантова точка); заштриховані тунельні бар'єри – діелектрик.

Енергетичні діаграми, що пояснюють ефект кулонівської блокади, зображено на рис. 1.38.

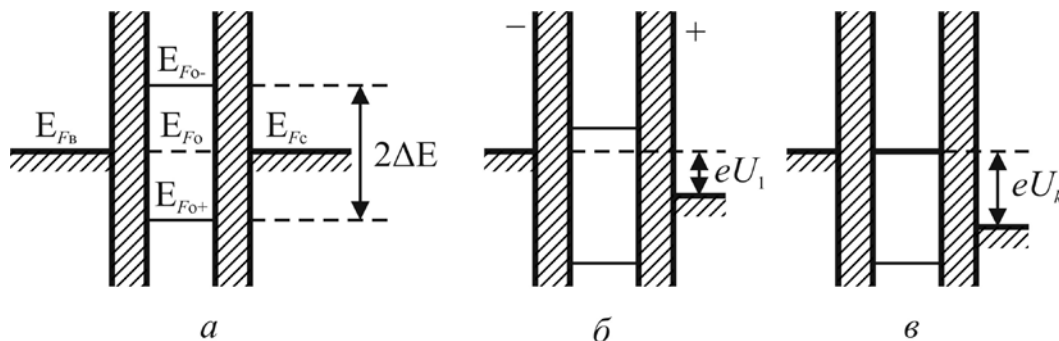


Рис. 1.38. Енергетичні діаграми, що пояснюють принцип роботи елемента на основі ефекту кулонівської блокади

У стані рівноваги (напруга $U = 0$) рівні Фермі витоку, острівця і стоку (E_{FB} , E_{F0} , E_{Fc} відповідно) розміщено на одній висоті; струму в структурі немає (рис. 1.38, а). Символами E_{F0+} і E_{F0-} позначено рівні Фермі острівця у разі видалення з нього електрона і додавання електрона відповідно; за цих умов $E_{F0+} - E_{F0-} = 2\Delta E = e^2/C$.

Випадок, коли між витоком і стоком прикладено невелику напругу U_1 ,

що не може зумовити тунелювання (струм у колі дорівнює нулю), ілюструє рис. 1.38, б. Електрони починають тунелювати із витоку на острівцець, а потім з острівця на стік за деякого *критичного значення напруги* U_k (рис. 1.38, в). За цих умов у колі виникає струм I , що зростає зі збільшенням U .

Вольт-амперну характеристику структури показано на рис. 1.39, а. Прикладена напруга становить одиниці мілівольтів, одноелектронний тунельний струм – десятки наноамперів.

Коли напруга U досягає рівня, показаного на рис. 1.38, в, то електрони тунелюють і проходять через острівцець по одному. Поки на острівці є один додатковий електрон, інший не може туди проникнути через кулонівське відштовхування.

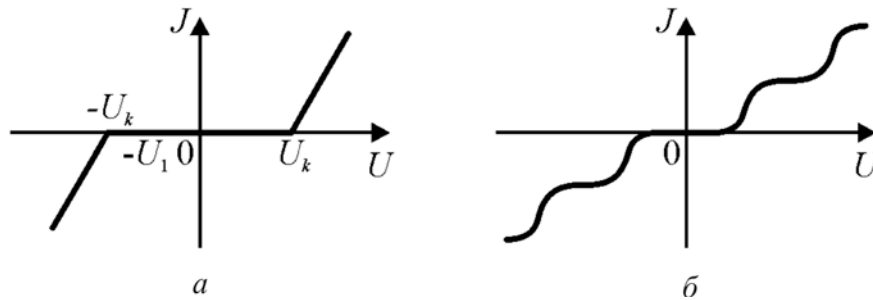


Рис.1.39. Вольт-амперні характеристики елемента, що працює на основі ефекту кулонівської блокади

Якщо у разі збільшення U між $E_{FВ}$ і $E_{FС}$ виявиться кілька зарядових станів острівця, то можливі мультиелектронні переходи. Але якщо один з бар'єрів буде мати велику товщину, то електрони знову будуть проходити через острівцець по одному. Якщо один з бар'єрів значно товщий за інший, то вольт-амперна характеристика структури має вигляд, показаний на рис. 1.39, б (*кулонівські сходи*).

Отже, кулонівська блокада – це блокування проходження електронів через квантову точку, поміщену між двома тунельними контактами. Блокада зумовлюється відштовхуванням електронів у контактах від електрона в точці, а також додатковим кулонівським потенціальним бар'єром, який створює електрон, що помістився на точці. Експериментально кулонівська блокада виявляється як пікова залежність провід-

ності квантової точки від її потенціалу, тобто від напруги на додатковому *електроді* (заслоні). За певного підбору напруги на заслоні потенціальний бар'єр для переходу електрона з контакту в точку зникає. Це і спостерігається як пік у провідності точки. Через кінцеву температуру квантової точки рівні Фермі в контактах злегка розмиті, це робить ширину піків кулонівської блокади кінцевою. Зазвичай, ширина піка в одиницях e має порядок температури точки в одиницях $k_B T$.

3. Резонансне тунелювання

Звичайний *тунельний ефект* – це проходження мікрочастинок крізь потенціальний бар'єр, висота якого U^0 більша від енергії рухомої частинки. Зауважимо, що не завжди частинка з такою енергією перейде крізь бар'єр. Імовірність її проходження крізь бар'єр називають *коефіцієнтом прозорості*.

Значення коефіцієнта прозорості тим більше, чим менші ширина бар'єра d і різниця між його висотою U^0 і енергією частини E , тобто чим менший «дефіцит» енергії частинки всередині бар'єра ($U^0 - E$). У нанорозмірній структурі цей ефект зможе проявитися, наприклад, у проходженні електронів крізь тонкі прошарки діелектрика.

Час тунелювання дуже малий: $\hbar/(U^0 - E) \approx 10^{-14}$ с, що можна оцінити за співвідношенням невизначеностей: $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. Тунельний ефект має помітну ймовірність, якщо ширина бар'єра d порівнянна з довжиною хвилі де Бройля електрона. Він визначає межі функціонування елементів інтегральних мікросхем, побудованих на основі традиційних принципів. Але якщо покласти тунельний ефект в основу принципу дії приладу, то це може підвищити його швидкодію до сотень терагерців.

Тунелювання електронів у низькорозмірній структурі визначається не тільки характеристиками її потенціальних бар'єрів, але і дозволеними енергетичними станами для електронів усередині самої структури. У разі збігу рівня Фермі на інжектуючому електроді та на дискретному

рівні нанорозмірної структури (обмеженої двома потенціальними бар'єрами) тунельний струм, що протікає через неї, різко зростає. Саме це явище називають *резонансним тунелюванням*. Воно приводить до появи ділянки з від'ємним диференціальним опором на вольт-амперній характеристиці структури. Ця особливість досить важлива для створення твердотільних надвисокочастотних генераторів.

Типовими структурами для спостереження цього ефекту є квантові ями (квантові плівки). Енергетичну діаграму такої структури і її вольт-амперну характеристику показано на рис. 1.40.

Зазвичай двобар'єрні резонансно-тунельні структури виготовляють на основі надгратки GaAs–AlGaAs. Як вузькозонний матеріал електродів і для самої ями використовується GaAs, а бар'єри формуються з широкозонної потрійної сполуки GaAlAs. Для реалізації резонансно-тунельних структур використовуються також комбінації напівпровідник–діелектрик, наприклад Si–CaF₂, Si–SiO₂.

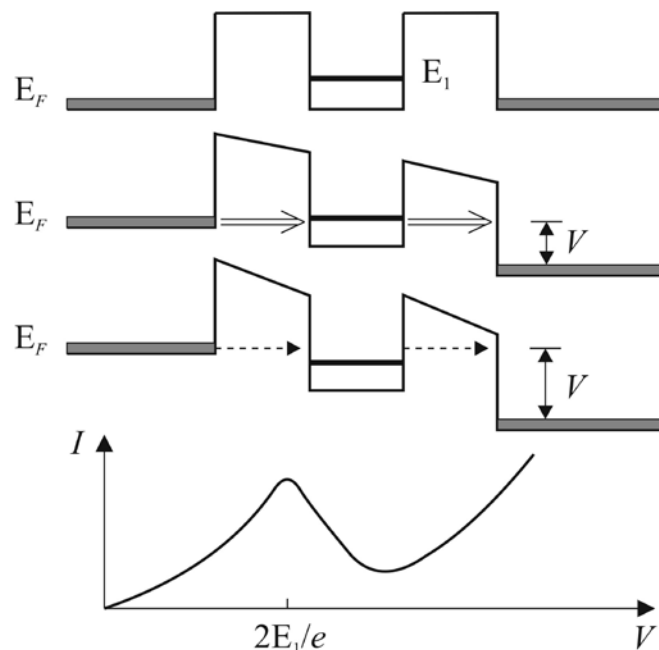


Рис. 1.40. Енергетична діаграма і вольт-амперна характеристика двобар'єрної структури з квантовою ямою

Квантове обмеження зумовлює квантування енергетичних рівнів у ямі. У двовимірній структурі – квантовій плівці – утворюється підзона з

енергією, що відповідає E_1 (рис. 1.40). Без прикладення зовнішньої напруги рівень E_1 розміщується вище від рівня Фермі (E_F) у відділених бар'єрами електродах. Електрод, з якого здійснюється інжекція електронів, називають емітером, а електрод, що збирає електрони, – колектором.

Якщо до структури прикласти невелику зовнішню напругу V , тоді основне спадання напруги припадає на ділянки бар'єрів, оскільки їх електричний опір багато більший від опору ями. У них відбувається найбільше скривлення енергетичних рівнів, однак електричний струм через структуру залишається малим. Тільки зі збільшенням прикладеної напруги рівень E_1 у квантовій ямі знижується нижче за E_F , забезпечуючи появу тунельного струму через емітерний бар'єр.

Тунелювання електронів з ями у колектор не спричиняє обмежень, оскільки воно відбувається з вищого енергетичного рівня на нижчий. Значення тунельного струму стає максимальним у разі збігу рівня Фермі в емітері й енергетичного рівня E_1 ями. Тоді електрони тунелюють у яму, *зберігаючи свою енергію й імпульс*, завдяки чому вони там не затримуються і швидко переносяться у колектор. Відбувається **резонансне проходження** електронів через квантову яму, умовою якого є співвідношення $V = 2E_1/e$ (якщо емітерний і колекторний бар'єри симетричні).

У разі подальшого зниження рівня E_1 електрони вже не можуть тунелювати зі збереженням енергії і моменту. Вони затримуються в ямі. Тому струм через структуру зменшується, створюючи ділянку з *від'ємним диференціальним опором* на вольт-амперній характеристиці. Подальше збільшення напруги приводить до зростання термічно активованої надбар'єрної емісії електронів та відповідного зростання струму через структуру.

Важливі для електроніки властивості має **резонансний тунельний ефект**. Він виявляється у дво- або багатобар'єрній періодичній структурі через різке підвищення імовірності проходження частинки крізь бар'єри. Резонансне тунелювання крізь ряд бар'єрів виникає тільки в тому разі, якщо ширина ям і бар'єрів відповідає довжині хвилі де Бройля. У цьому ефекті час

проходження електроном структури включає, крім часу тунелювання, час перебування електрона в ямі, що розділяє бар'єри, тобто час його життя τ на резонансному рівні. Наприклад, для подвійної гетероструктури, що складається із шарів $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ (5 нм) – $\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ (7 нм) – $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ (5 нм) за висоти бар'єрів 0,2 еВ, час становить $\tau \sim 10^{-11}$ с. Таким чином, час тунелювання забезпечує роботу відповідних приладів у *терагерцовому діапазоні*. Значення τ ще більше зменшується у разі зменшення розмірів структури.

Як висновок, зауважимо, що двобар'єрні структури становлять великий інтерес для електроніки, оскільки на їх основі можуть працювати надвисокочастотні прилади в діапазоні сотень гігагерців і перемикачі із затриманням, меншим за одну пікосекунду. Розроблені й набули застосування прилади на основі двобар'єрної структури – резонансно-тунельний діод і транзистор. Створено також і багатобар'єрні структури – надгратки.

4. Балістичне перенесення заряду

Перенесення носіїв заряду в низькорозмірних структурах демонструє багато нових явищ порівняно з поведінням носіїв заряду в макроскопічних системах. Вони виявляються тоді, коли розміри наноструктур менші від довжини фазової когерентності електрона. Фази невзаємодійних електронних хвиль можуть *зберігатися* протягом усього шляху їх проходження у таких структурах. Накладання електронних хвиль з різними фазами викликає інтерференційні ефекти.

Фазова інтерференція відбувається в структурах, розміри яких приблизно дорівнюють довжині фазової когерентності електрона в матеріалі, що притаманно твердотільним структурам, які мають нанометрові розміри. За певних співвідношень розмірів електропровідність структури визначається ефектами, зумовленими *фазовою інтерференцією*. Це відбувається в чисто балістичних або квазібалістичних режимах перенесення носіїв заряду. Такий режим допускає слабе розсіювання носіїв заряду, що є типовим для більшості наноструктур, які розглядають як системи з незначним розу-

порядкуванням. Тоді критична довжина визначається середньою довжиною вільного пробігу носіїв заряду в умовах їх непружного розсіювання.

Електропровідність звичайного дроту круглого перерізу

$$G = 1/R = \sigma S/L,$$

де S – площа поперечного перерізу, $S = \pi r^2$; L – довжина дроту; r – його радіус; σ – питома електропровідність. Формула справедлива, якщо r і L набагато більші від середньої довжини вільного пробігу електрона λ_v . У цих умовах рух електрона у провіднику має дифузійний характер, а траєкторія руху електрона – вигляд ламаної лінії (рис. 1.41, а). Такий рух створює електричний опір.

Якщо $\lambda_v > L$ і $\lambda_v > r$ (рис. 1.41, б), то електрон пролітає від одного контакту до іншого майже без зіткнення з атомами кристалічних ґраток. Такий режим руху називають **балістичним**. Руху електронів за цих умов не чинить опір в об'ємі провідника.

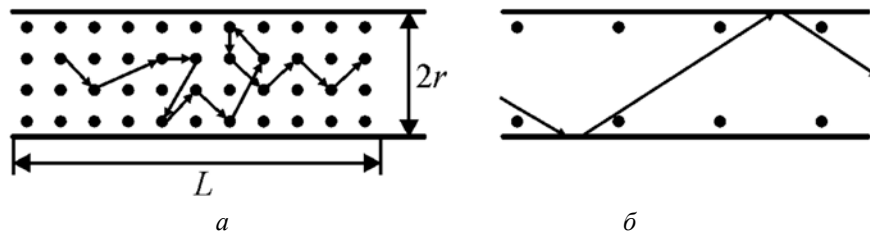


Рис. 1.41. Схематичне зображення дифузійного (а) і балістичного (б) рухів електрона у провіднику

Балістичний провідник 3 із квантоворозмірним діаметром, уміщений між двома металевими контактами 1 і 2, схематично зображено на рис. 1.42, а. Припустімо, що температура становить декілька градусів Кельвіна і всі електрони в контактах на енергетичній діаграмі (рис. 1.42, б) розміщені нижче від рівнів Фермі E_{F1} і E_{F2} . Якщо між контактами прикласти різницю потенціалів U (рис. 1.42, б), то енергетичні рівні металу 2 понизяться на eU відносно рівнів металу 1, а $E_{F1} - E_{F2} = eU$. Струм можуть створювати тільки ті електрони, що мають енергію в інтервалі від E_{F1} до E_{F2} . Саме ці електрони з контакту 1 можуть переходити у контакт 2 на вільні рівні.

Якщо провідник (або напівпровідник) 3 характеризується N розмірними підзонами і є балістичним, тобто має квантоворозмірний переріз S , то його електрони розміщуються в розмірних підзонах. В утворенні струму можуть брати участь тільки ті електрони підзон, що мають енергію в інтервалі $E_{F1} - E_{F2}$. Тоді провідність $G = 2e^2N/h$, а опір $R = h/2e^2N$.

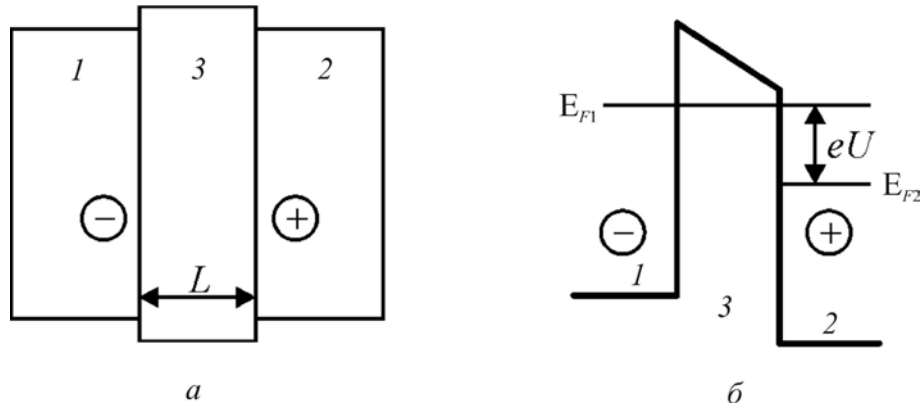


Рис. 1.42. Просторова (а) і енергетична (б) схеми балістичного провідника 3 і контактів 1 і 2 до нього

Отже, на відміну від класичного дроту, *опір балістичного квантового дроту не залежить від його довжини L* . Кількість N визначається відстанню між підзонами, а ця відстань збільшується зі зменшенням перерізу дроту S . Якщо поступово зменшувати діаметр дроту, то з інтервалу $E_{F1} - E_{F2}$ будуть по черзі й по одній відходити розмірні підзони. З відходом від кожної підзони провідність G стрибком зменшується на $2e^2/h$. Коли в інтервалі $E_{F1} - E_{F2}$ не залишиться жодної підзони, провідність G стане нульовою.

Величину $2e^2/h$ називають **квантом провідності**, а обернену величину $h/2e^2 = 12,9$ кОм – **квантом опору**. Фактично квантування опору зумовлюється розмірним квантуванням енергії. Спостерігати ефект квантування опору можна тільки за досить низьких температур (близько 1 К). У разі вищих температур стрибки провідності G розмиваються або зникають, оскільки тепловий рух у контактах «закидає» електрони на такі рівні енергії, де $E > E_F$. Вимірюваний у цих умовах опір – це опір у контактах. У самому балістичному нанодроті електрони не розсіюються. Отже, він не повинен мати електричного опору.

Отже, функціонування багатьох приладових структур наноелектро-

ніки пов'язане з описаними раніше особливостями енергетичних спектрів квантоворозмірних елементів. Важливою є саме та обставина, що **квантування енергії** спостерігається тільки тоді, коли розміри об'єктів збігаються з розмірами хвилі де Бройля (хоча б в одному напрямку).

5. Квантовий ефект Холла

Ефект Холла широко використовують для дослідження електронних властивостей матеріалів (наприклад, для вимірювання **концентрації електронів** у провіднику або напівпровіднику), а також у сенсорній електроніці. Цей ефект полягає у виникненні різниці потенціалів у пластинці електропровідного матеріалу, поміщеній у магнітне поле H , коли по ній тече електричний струм (рис. 1.43). На електрони діє сила Лоренца, яка направлена перпендикулярно як до магнітного поля H , так і до первісного напрямку руху електронів. Під дією сили Лоренца електрони відхиляються від прямої траєкторії і притискаються до однієї із граней пластини (залежно від напрямку магнітного поля), нагромаджуючи на ній заряд. У результаті в провідній пластині, поміщеній у магнітне поле H , виникає напруженість електричного поля E_y , коли по ній тече струм j_x .

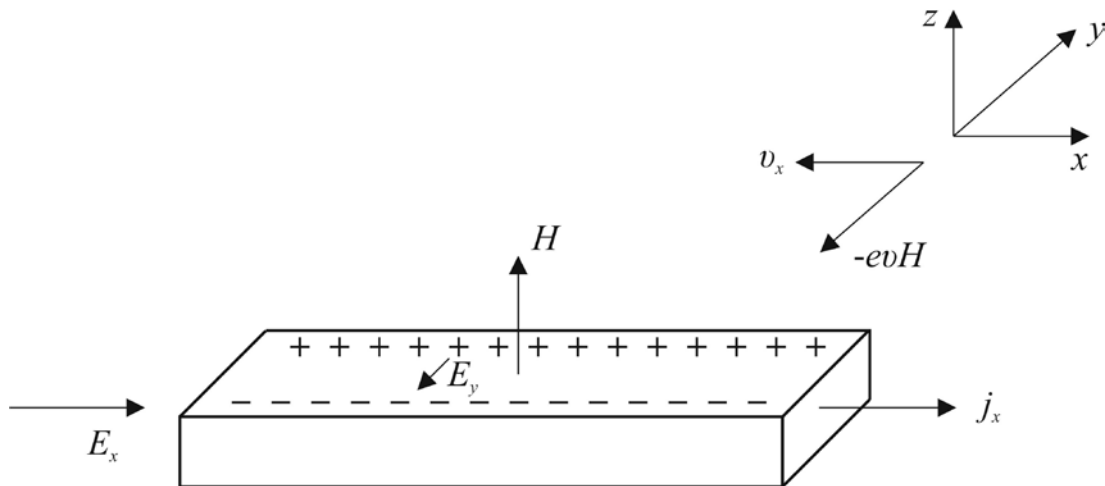


Рис. 1.43. Схема експерименту Холла

Таким чином, фізична причина ефекту Холла полягає у тому, що на електрон з боку електричного й магнітного полів діє сила Лоренца

$$\mathbf{F}_{\text{Лор}} = e (\mathbf{E} + [\mathbf{v} \mathbf{B}]),$$

під впливом якої електрон прагне рухатися в напрямку, перпендикулярно до векторів \mathbf{E} і \mathbf{B} . Якщо в цьому напрямку провідник розімкнути, то перерозподіл зарядів призведе до появи гальмівної сили – напруженості електричного поля E_y в напрямку осі y (осі координат позначено на рис. 1.43).

Після перетворень

$$E_y = (1/n_e e) j B,$$

де n_e – концентрація електронів у провіднику. Заряд електрона e відомий, а параметри j і B вимірюють безпосередньо; тоді ця формула дозволяє визначити концентрацію n_e – кількість електронів в одиниці об'єму провідника. Отже, *сила Лоренца* приводить до нагромадження негативного заряду біля однієї грані бруска й позитивного заряду – біля протилежної грані. Таке нагромадження *заряду* продовжується доти, доки *електричне поле* зарядів E_y не компенсує магнітну складову сили *Лоренца*: $eE_y = evB$.

Коефіцієнт пропорційності між E_y і jB називають **сталю Холла**: $R_H = 1/ne$. Знак сталої Холла залежить від знака *носіїв заряду*, що дозволяє визначати їхній тип для *металів* і напівпровідників. Спадання електричної напруги V , вимірюваної за заданого струму I у зразку, характеризує опір матеріалу $R = V/I$. Опір зразка (R) у магнітному полі називають **магнітоопором**. Напругу V_H , індуковану магнітним полем, *перпендикулярним* до напрямку струму, називають напругою Холла.

Для звичайного ефекту Холла $R = B/(en)$, де B – магнітна індукція; e – заряд електрона; n – концентрація носіїв заряду (електронів або дірок) у зразку. Слід зазначити, що опір Холла не залежить від форми зразка. Він підвищується лінійно зі збільшенням магнітного поля, у той час, як *подовжній* опір R має бути незалежним від магнітного поля, як це ілюструє рис. 1.44, *а*. Оскільки класичний ефект Холла не залежить від геометрії зразка, він став стандартною методикою для визначення типу, концентрації і рухливості вільних носіїв заряду в металах і напівпровідниках.

Квантовий ефект Холла спостерігається в умовах низьких температур у *сильних магнітних полях* у *квазідвовимірному (2D) електрон-*

ному газі. Залежно від умов експерименту розрізняють звичайний квантовий ефект Холла (що приводить до квантування сталої Холла), інтегральний квантовий ефект Холла й дробовий квантовий ефект Холла (квантування зумовлено рівнями Ландау).

Відповідно до класичного опису вільна заряджена частинка масою m у площині, перпендикулярній до вектора магнітної індукції B , рухається по колу радіуса $r = mv/Be$, обертаючись з частотою $\omega = Be/m$. У твердому тілі електрон зіштовхується з атомами (іонами) ґратки. Частота зіткнень $\nu_{zt} = \tau^{-1}$, де τ – час вільного пробігу. Рух електрона по колу в магнітному полі відбувається тоді, коли $\omega/2\pi \gg \nu_{zt}$, тобто $Be/2\pi m \gg \tau^{-1}$. Ця умова виконується для невисоких температур ($\hbar\omega \gg k_B T$) і в досить сильних магнітних полях, які називають квантувальними.

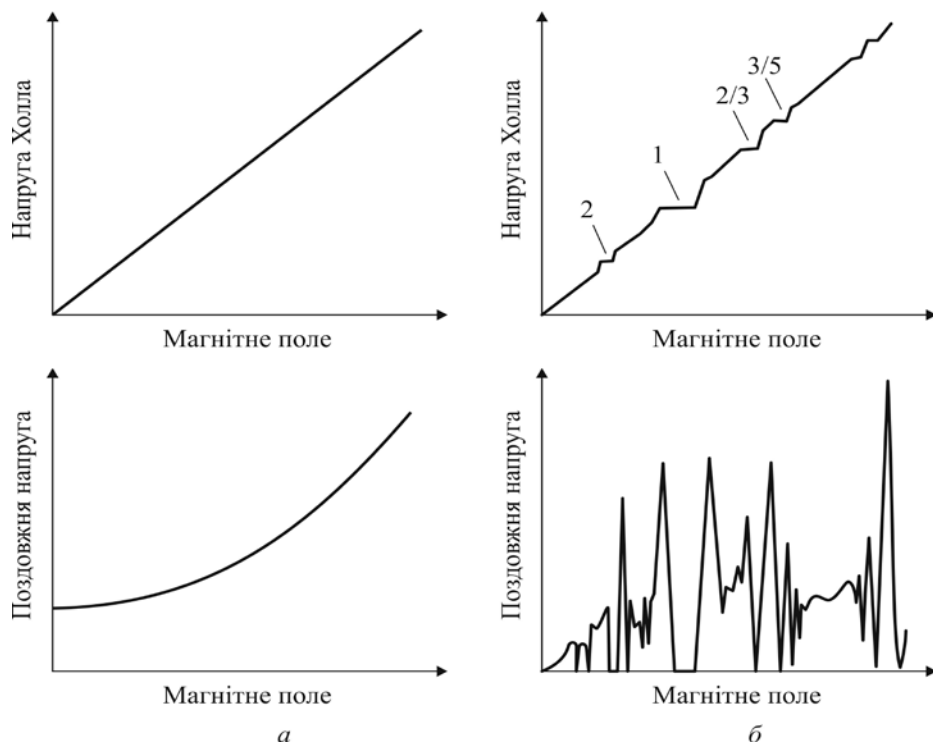


Рис. 1.44. Порівняльна характеристика класичного (а) і квантового (б) ефектів Холла

Описувати рух у таких полях варто за квантовомеханічним підходом. Характер руху частинок у квантувальних полях значно відрізняється від класичного, особливо в 2D-системах. Класична частинка рухається по коловій траєкторії. Як уже відзначалося, до квантової частинки,

якщо вона рухається в досить обмеженій ділянці, поняття траєкторії не застосовують. Як показує розв'язання рівняння Шредінгера, рух частинки у магнітному полі можна вважати обмеженим (як, наприклад, рух електрона в потенціальній ямі кінцевої глибини). Рух у площині, перпендикулярній до вектора магнітної індукції B , обмежується колом, радіус якого $r = \sqrt{\frac{\hbar}{Be}}$. Енергія частинки за такого руху кантується, і відповідно до розв'язання рівняння Шредінгера може набувати значень

$$E_m = \hbar\omega (m + 1/2),$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$. Ці значення енергії називають *рівнями Ландау*.

Якщо вектор B напрямлений вздовж осі z , перпендикулярної до площини $2D$ -електронного газу, то можливі значення енергії руху вздовж осі z – це розмірні рівні E_n , а можливі значення енергії руху в площині xy – це рівні Ландау E_m . Повна енергія електронів $2D$ -газу дорівнює сумі: $E = E_n + E_m$.

Отже, енергія $2D$ -газу (макроскопічної системи) у досить сильному магнітному полі *цілком квантована*, так само, як і енергія атомів, квантових точок та інших мікрооб'єктів.

Існування рівнів Ландау пояснює квантування сталої Холла (*квантовий ефект Холла*). Цей ефект – один з макроскопічних проявів квантових властивостей речовини; він має важливе прикладне значення. Спостерігається ефект в умовах дуже низьких температур ($T \sim 1$ К) і у досить сильних полях (близько 5 Тл).

У більш сильних магнітних полях виявляється **дробовий квантовий ефект Холла**, зумовлений кардинальною перебудовою внутрішньої структури двовимірної електронної системи.

Коли ефект Холла вимірюється за низьких температур і у зразку, що містить двовимірний електронний газ, у якому електрони здатні рухатися тільки в межах площини, виявляється, що опір Холла відхиляється від класичного поведіння. У разі досить високих полів на графіку залежності

напруги Холла від магнітного поля (рис. 1.44, б) спостерігається ряд плоских сходинок (плато). Саме це явище назвали **квантовим ефектом Холла**.

На самих плато (тобто на плоских сходинок) напруги Холла *поздовжня напруга* стає нульовою. Опір Холла на ділянках, що відповідають плато сходинок, виявляється квантованим і $R_H = h/(ae^2)$, де h – стала Планка; a – деяке ціле число. Такий ефект називають **інтегральним квантовим ефектом Холла**. Він не залежить від властивостей матеріалу. Квант опору h/e^2 , вимірюваний багаторазово з високою точністю з використанням квантового ефекту Холла, застосовують натеper як «стандарт опору».

Крок квантування a може набувати дробових значень, таких, як $1/3$, $2/3$, $2/5$, $3/5$ і т. д. Взагалі параметр $a = p/q$, де p і q – цілі числа, причому q – непарні числа. Явище отримало назву **дробового квантового ефекту Холла**. Іншою ознакою квантового ефекту Холла (крім квантування опору R_H) є те, що магнітоопір R знижується до гранично малих значень. Обидва ефекти пов'язані між собою.

Зникнення *поздовжнього* опору R означає, що розсіювання енергії в системі не відбувається, тобто між основним станом системи і її першим збудженим станом має бути енергетичний зазор. Саме це і дозволяє пояснити квантовий ефект Холла.

Електрони, що рухаються *перпендикулярно* до магнітного поля, під дією сили Лоренца змушені змінювати траєкторії руху на колові орбіти. Вони виконують циклотронний рух з кутовою частотою $\omega_e = eB/m$, названою циклотронною частотою, де m – маса електрона. Тому дозволені енергетичні стани для таких електронів і стають квантованими.

Такі квантовані рівні енергії відомі як **рівні Ландау**; вони описуються рівнянням $E_a = (a + 1/2) \hbar\omega_e$ з параметром $a = 1, 2, 3, \dots$. В ідеальній системі, що містить двовимірний електронний газ, ці рівні мають форму δ -функції, як це показано на рис. 1.45, а. Електрони можуть розміщуватися тільки на енергетичних рівнях Ландау, але не в проміжках між ними. Відстань між сусідніми рівнями визначається циклотронною енергією $\hbar\omega_e$.

З підвищенням температури двовимірний електронний газ стає «не ідеальним» і рівні Ландау розширюються (рис. 1.45, б). Тому для спостереження помітних рівнів потрібні досить низькі температури відповідно до умови $k_B T \ll \hbar \omega_e$.

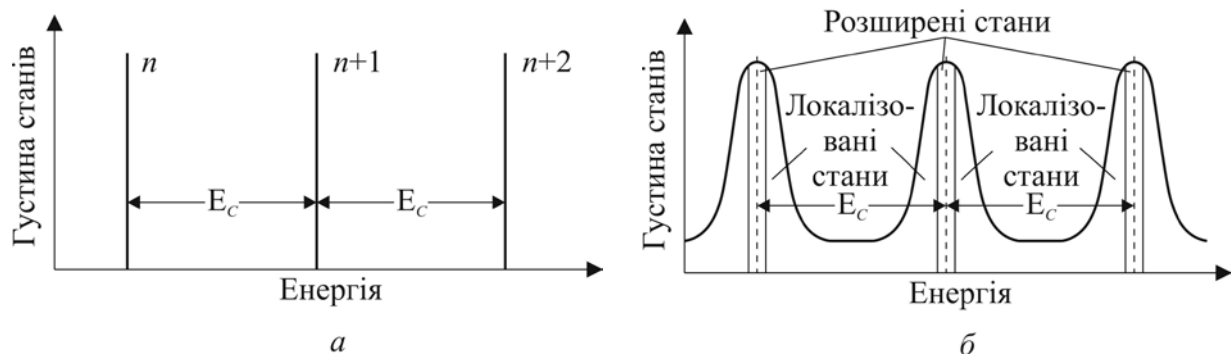


Рис. 1.45. Рівні Ландау: а – в ідеальній системі, що містить двовимірний електронний газ; б – розширення енергетичних зон біля рівнів Ландау в розупорядкованій системі

Саме існування зазорів між енергетичними рівнями електронів у магнітному полі і є основною умовою для виникнення квантового ефекту Холла. Річ у тому, що двовимірний електронний газ істотно відрізняється від тривимірного газу, у якому електрони вільно рухаються в трьох вимірах. Рух у третьому вимірі вздовж магнітного поля додає деякої енергії до енергії рівнів Ландау і заповнює таким чином зазори між ними. Тому під час руху носіїв заряду у трьох вимірах не спостерігається ніяких енергетичних зазорів, і передумови появи квантового ефекту Холла послабляються.

Крім двовимірності електронного газу, необхідною умовою для експериментального спостереження квантового ефекту Холла є наявність у зразку структурних недосконалостей, домішок. Вони викликають необхідне для спостерігання ефекту розширення дозволених енергетичних зон біля рівнів Ландау, як показано на рис. 1.45, б.

Структурні дефекти перетворюють окремі тонкі рівні Ландау в смуги розширених станів, відділених смугами локалізованих станів. Зазначимо, що *електрони самих локалізованих станів не беруть участь у перенесенні заряду через структуру. Тільки електрони в розширених станах* здатні брати

участь у перенесенні заряду. Межу між локалізованими й розширеними станами називають *межею рухливості*. Розширені стани оточують дефекти й простираються уздовж поверхневих граней зразка, формуючи *граничні стани*, які є фактично одновимірними каналами для електричного струму. Реальні зразки можуть мати складну топологію меж таких провідних каналів, яка відтворює рельєф зміни потенціальної енергії.

Оскільки енергія Фермі E_F змінюється зі зміною магнітного поля, то вона може бути як усередині смуги розширених станів, так і в межах діапазону локалізованих станів. Коли E_F змінюється у межах діапазону енергій локалізованих станів, то кількість електронів, що беруть участь у транспорті носіїв заряду, залишається постійною. Крім того, перенесення носіїв заряду відбувається *без розсіювання енергії*. У результаті звичайний (поперечний) опір Холла є постійним, але поздовжній опір різко змінюється, а за деяких значень магнітного поля може стати нульовим (рис. 1.45, б).

Кванти магнітного потоку – це елементарні частинки, за допомогою яких магнітне поле взаємодіє із системою електронів. У цьому сенсі ціле число a виглядає природним і пояснює квантовий ефект Холла як перенесення носіїв заряду через цілу кількість цілком зайнятих рівнів Ландау, відділених проміжками, що заповнені локалізованими станами. За визначенням граничних станів квантування опору Холла означає, що участь у перенесенні заряду беруть a одновимірних каналів, причому внесок кожного каналу у провідність становить e^2/h .

Для пояснення дробового квантового ефекту Холла необхідно припустити часткове заповнення рівнів Ландау. Крім того, інші енергетичні стани у разі часткового заповнення рівнів Ландау повинні мати іншу, відмінну від рівнів Ландау, природу. Дробовий квантовий ефект Холла ґрунтується на взаємодії між електронами. Тому його називають ефектом багатьох частинок, або ефектом електронної взаємозалежності: електрони, будучи ідентично зарядженими частинками, уникають розміщення близько один до одного. У результаті відштовхування електрони займають не всі, а лише частину рівнів Ландау у

зразку, щоб триматися якнайдалі від сусідніх електронів. Фактор заповнення $1/3$, наприклад, означає, що тільки третина рівнів Ландау зайнята.

Якщо, однак, ще один електрон додається до одного з незаповнених рівнів, то енергія його відштовхування буде помітно більшою, тому що він стане більш наближеним до сусідніх електронів на відміну від інших. Таким чином, спостерігається енергетичний зазор між частково зайнятим станом і станом, розміщеним вище. Через структурні дефекти локалізовані стани формуються у зазорі. Якщо енергія Фермі доходить до цього проміжку, то опір зразка падає до нуля, як і у випадку інтегрального ефекту.

Часткове заповнення рівнів Ландау означає, що електрони в двовимірному електронному газі, поміщеному в сильне магнітне поле, конденсуються в новий колективний стан – у квантову рідину. Квант магнітного потоку й електрон співіснують як квазічастинка, що несе дробовий заряд. Такі частинки не підкоряються ні статистиці Фермі–Дірака, ні статистиці Бозе–Ейнштейна.

5. Надґратки

Є різні можливості створення *p-n* переходів, але раніше всі вони реалізувалися в *одному й тому самому напівпровіднику*, легованому акцепторами і донорами. Такі переходи можна називати **монопереходами**, наприклад, *p-Si – n-Si*. **Гетеропереходи** виникають у разі контакту *двох різних за хімічним складом напівпровідників*. За такого контакту змінюється не тільки ширина забороненої зони, але й інші фундаментальні властивості: зонна структура, ефективні маси носіїв заряду, їх рухливість, фізико-хімічні й оптичні властивості напівпровідників.

Розрізняють різкі та плавні гетеропереходи. У *різкому* гетеропереході хімічний склад змінюється на відстані, меншій від ширини ділянки об'ємного заряду переходу. В ідеальному гетеропереході на межі поділу немає дефектів і граничних станів. Можливість формування монокристалічних гетеропереходів, тобто контактів різних за хімічним складом напівпровідників, здійснених в *одному монокристалі*, зумовлена розвитком технологіч-

них методів епітаксiального вирощування напiвпровiдникових кристалiв, тобто методiв утворення однаково орієнтованих шарiв кристалiв однієї речовини на поверхні іншої речовини.

Гетероструктурою називають комбiнацію декількох гетеропере-

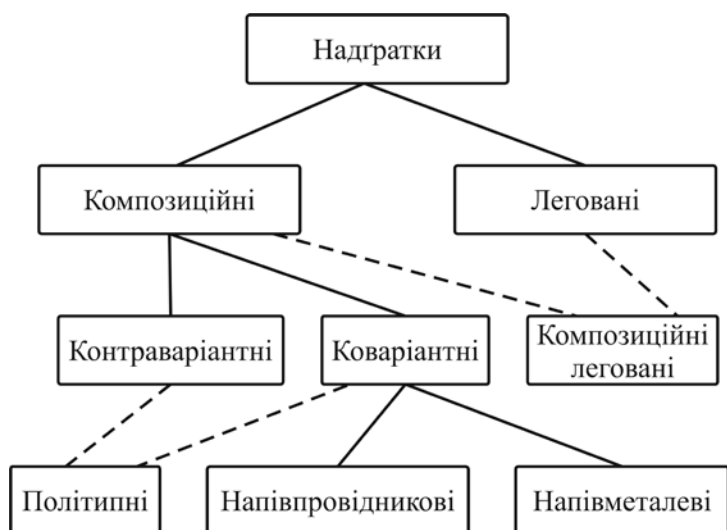


Рис. 1.46. Класифікація надграток

ходiв в одній монокристалічній структурі, що становить важливу частину напівпровiдникового приладу. Із безлічі прошарків кристалiв, що чергуються, утворюється планарна періодична структура, яку називають **надграткою**. Різні способи побудови надграток показано на рис. 1.46. Характерні розміри прошарків у гетероструктурах і надгратках – нанометрові, і тому відповідні напівпровiдникові прилади належать до нового покоління приладів в електроніці – **наноелектроніки**.

Надгратки – це кристалічні структури, у яких, крім періодичного потенціалу кристалічних ґраток, є й інший періодичний потенціал, період якого значно перевищує сталу ґратки, але **відповідає нанорозмірам**.

Надгратки – це кристалічні структури, у яких, крім періодичного потенціалу кристалічних ґраток, є й інший періодичний потенціал, період якого значно перевищує сталу ґратки, але **відповідає нанорозмірам**.

Виготовляють надгратки з напівпровiдників, металів, надпровiдників і діелектриків. Але найбільшого застосування набули напівпровiдникові надгратки (рис. 1.47). Надгратки зазвичай складаються із прошарків двох напівпровiдників, що розрізняються або хімічним складом, або типом провідності. Виготовляють надгратки, наприклад, за допомогою технології молекулярно-променевої епітаксії, що дозволяє нарощувати шари будь-якої сполуки й товщини. Період повторення шарів – від декількох нанометрів до десятків нанометрів (для порівняння – стала ґратки кристалів Si або GaAs становить приблизно 0,5 нм).

Широко використовують два типи напівпровідникових надграток: композиційні й леговані. **Композиційні надгратки** – це гетероструктури із прошарків сполук різного хімічного складу й різної ширини забороненої зони, але з близькими значеннями сталих кристалічних ґраток, наприклад, $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ – GaAs ; $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ – GaAs ; $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ – InP ; ZnS – ZnSe та ін. Тут додатковий періодичний потенціал створюється за рахунок періодичної зміни ширини забороненої зони.

Леговані надгратки – це періодична послідовність шарів n - і p -типу одного й того самого напівпровідника. Донорні атоми в n -шарах віддають електрони, які зв'язуються акцепторними атомами у p -шарах. Додатковий періодичний потенціал створюють заряди іонізованих акцепторів і донорів.

Додатковий періодичний потенціал надгратки змінює зонну структуру напівпровідників, на базі яких створюється надгратка. Тому надгратку можна розглядати як *новий, синтезований напівпровідник*, якого немає в природі, з незвичайними властивостями. Підбираючи хімічний склад матеріалів для шарів, можна в широких межах варіювати зонну структуру надгратки. Сукупність методів отримання матеріалів з модифікованою зонною структурою становить основу *зонної інженерії*.

Енергетичну діаграму надгратки (потенціальний профіль у напрямку, перпендикулярному до прошарків), як приклад, показано на рис. 1.48, *а* для **композиційної** надгратки $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ – GaAs . Унаслідок періодичної зміни ширини забороненої зони $\Delta E_e = E_{C1,2} - E_{V1,2}$ формується послідовність прямокутних квантових ям, розділених бар'єрами. Ями утворюються у вузькозонному напівпровіднику: для електронів – у зоні провідності, для дірок – у валентній зоні. Є надгратки більш складного профілю, наприклад структур $\text{Ge}_x\text{Si}_{1-x}$ – Si , GaAs – Ga .

Потенціальний профіль **модульовано-легованої** надгратки показано на рис. 1.48, *б*. У розглянутому випадку донорною домішкою легується тільки широкозонний матеріал. Електрони з донорних рівнів переносяться у квантові ями і просторово розділені з іонізованими донорами.

Чергування зарядів спричиняє періодичні вигини країв зон. На рис. 1.48, *а, б* штрихуванням показано мінізони, на які розбиваються валентна зона й зона провідності.

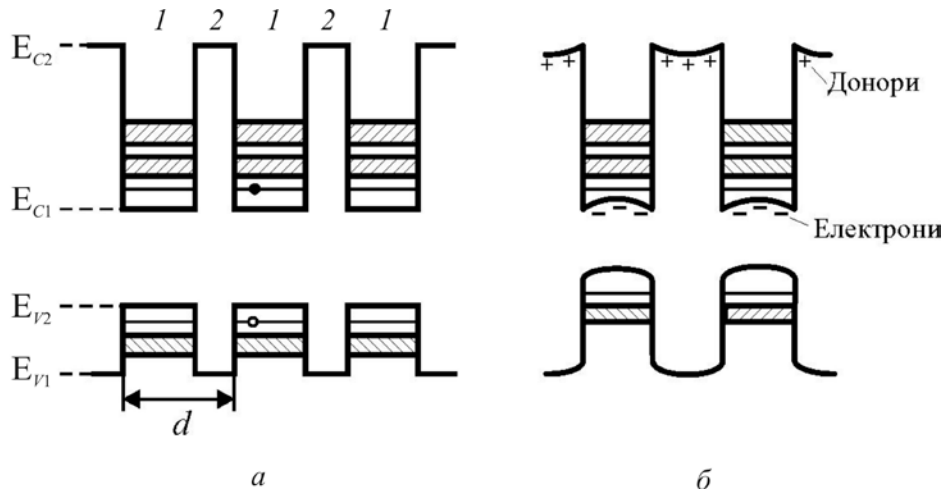


Рис. 1.48. Енергетичні діаграми надґраток з періодом d :
а – простої композиційної; *б* – модульовано-легованої

Потенціальний профіль **легованої надґратки** показано на рис. 1.49. Заряди іонізованих донорів і акцепторів створюють послідовність потенціальних ям для електронів і дірок. Електрони і дірки виявляються просторово розділеними: дірки містяться в потенціальних ямах валентної зони p -шару, а електрони – у потенціальних ямах зони провідності n -шару. Для виготовлення легованих надґраток часто використовують GaAs.

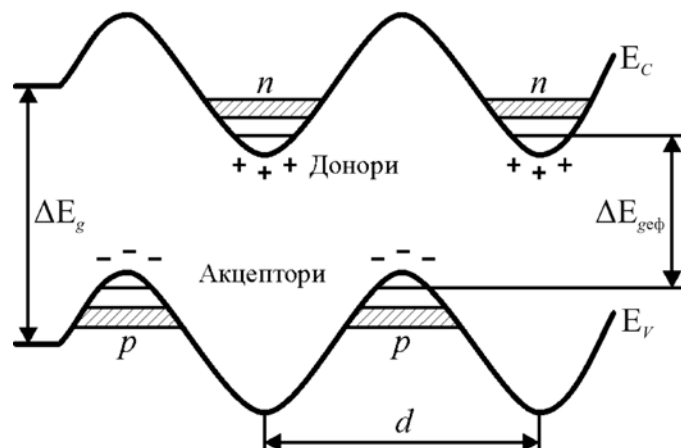


Рис. 1.49. Енергетичні діаграми легованої надґратки: $\Delta E_{geф}$ – ефективна ширина забороненої зони надґратки; d – її період; E_g – ширина забороненої зони вихідного напівпровідника. Штрихуванням показано мінізони

Для побудови *енергетичного спектра електронів у надґратках*, як і у випадку масивного кристала, розв'язують рівняння Шредінгера, але з урахуванням додаткового періодичного потенціалу. Використовуючи результати розрахунку зонної структури кристала, можна зробити якісні висновки про енергетичну структуру надґратки. Потенціал надґратки періодичний, і тому розмірні рівні розщеплюються на зони.

Спектр має зонний характер; у зоні стільки рівнів, скільки ям у структурі. Оскільки період надґратки d зазвичай значно більший ніж стала ґратки, то надґраткові зони являють собою більш дрібні енергетичні зони звичайних напівпровідникових кристалів і називаються *мінізонами*.

Розщеплення зони провідності й валентної зони на мінізони показано штрихуванням на рис. 1.48 і 1.49. Чим менша ширина ями, тим більша відстань між мінізонами і більша ефективна ширина забороненої зони $\Delta E_{\text{геф}}$; чим менша ширина бар'єра, тим ширші мінізони. Таким чином, можна перебудовувати енергетичний спектр надґратки простою *змінюю товщини шарів*, що технологічно можна здійснити методом молекулярно-променевої епітаксії. Графік густини станів $g(E)$ має східчастий вигляд, як і $g(E)$ для квантової ями, але з іншою формою сходинок.

Електронний газ у легованих надґратках відрізняється від звичайного тим, що у ньому електрони і дірки *просторово розділені*. Генеровані світлом пари електрон-дірка (нерівноважні носії) також просторово розділяються, що заважає їх рекомбінації і збільшує їх час життя до 10^{-3} с.

У модульовано-легованих композиційних надґратках широкозонний напівпровідник (наприклад, AlGaAs) легується донорною домішкою. Електрони з донорних рівнів бар'єра переміщуються у ями зони провідності вузькозонного напівпровідника (наприклад, GaAs, рис. 1.48, б).

У бар'єрах залишаються іонізовані донори (домішкові центри), у ямах утворюється *2D-електронний газ* з високою густиною та рухливістю електронів. Висока рухливість електронів зумовлюється тим, що

вони рухаються у вузькозонному слабколегованому шарі й відокремлені від іонізованих атомів широкозонного напівпровідника.

Ефект *збільшення рухливості* особливо проявляється за низьких температур, коли основним механізмом розсіювання електронів є їх розсіювання на домішках. Висока рухливість електронів дозволяє створювати на надгратках швидкодійні прилади, наприклад транзистори з високопровідними каналами. Час перемикання таких транзисторів може становити пікосекунди.

Найбільш важливим параметром гетероструктур є розбіжність між сталими кристалічних ґраток. Якщо сталі кристалічних ґраток однакові, то атомам одного матеріалу легко підлаштуватися до атомів іншого. Таке узгодження ґраток називають *псевдоморфним зростанням*, що вкрай бажано для досягнення високої якості гетеропереходів. Є всього кілька систем, у яких сталі кристалічних ґраток дуже близькі. Можливості вибору величини розриву зон можна розширити за допомогою використання в технології *твердих розчинів* – *подвійних* (таких як SiGe) та *потрійних* (AlGaAs).

Отже, напівпровідникові надґратки являють собою твердотільні структури, у яких, крім тривимірного періодичного потенціалу кристалічних ґраток, є *додатковий одновимірний потенціал*, період якого істотно перевищує сталу кристалічної ґратки. Такий потенціал суттєво змінює енергетичний спектр електронів, завдяки чому надґратки мають такі властивості, яких немає у звичайних напівпровідниках.

Надґратки дають унікальну можливість довільно змінювати зонну структуру напівпровідників. Особливості люмінесценції надґраток (можливість перебудови випромінюваних довжин хвиль, екситонний характер випромінювання аж до кімнатних температур, сильне обмеження домішкового захоплення, фемтосекундна кінетика та ін.) використовуються для створення нового покоління світловипромінювальних приладів. Акустичні властивості надґраток характеризуються наявністю селективного відбиття фононів. Напівпровідникові надґратки мають нелінійні транспортні властивості, зумовлені дуже вузькими мінізонами в їх енергетичному спектрі.